

ТИПОЛОГИЯ НА ТВОРЧЕСКИТЕ ЗАДАЧИ И МЯСТОТО ИМ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

д-р Севдалина Георгиева

Шуменски университет

Департамент за информация, квалификация и продължаващо образование – Варна

Резюме. Една от основните задачи на съвременното образование е да развива творческите способности на учениците. Формирането на креативни личности е постижимо с прилагане на творческо обучение, което може да се реализира чрез добре подбрана система от творчески задачи за постигане на различни дидактически цели – задачи за откриване на ново знание, задачи с отворено начало или край, задачи с липсващи или повече данни, задачи за съставяне по даден математически модел или крайна цел. В настоящата статия се предлагат анализ и типология на творческите задачи въз основа на дефинираното понятие задача като система от четири компонента – начално състояние, крайно състояние, решение на задачата, базис на решението на задачата. За демонстрация се преформулира математическа задача в различните варианти на всички нива на трудност.

Ключови думи: творчество в обучението; творчески задачи; обучение по математика

Критерий за „творчество“ във всяка област на човешката дейност е създаването на нещо ново, което не е било известно по-рано. В този случай новостта не е непременно откритие, а може да бъде и оригинален път към вече известен резултат, продукт или решение на задача, проблем или интерпретация.

Творческо обучение

Изследвайки характера на творчеството, учените са нарекли способността за творческа дейност – креативност. За да бъде обучението творческо, то трябва да развива креативността в учениците. Креативността е „система от творчески способности, съвкупност от мисловни и личностни качества, които благоприятстват формулирането на нови идеи и разкриването на важни взаимовръзки между предмети, явления и нови начини за решаване на поставени в теорията и практиката задачи или проблеми“ (Desev 2011). От тази глед-

на точка, „творчеството на учениците в обучението представлява процес на разрешаване на учебни проблеми чрез самостоятелно генериране на идеи, в резултат на което ученикът открива субективно нови знания“ (Kolishhev 2018).

Андреев дава следната дефиниция: „Творчеството е една от видовете човешки дейности, насочена към разрешаване на противоречия (решаване на творчески задачи). За творчество са необходими обективни (социални, материални) и субективни личностни условия (знания, умения, творчески способности). Резултатите от творчеството са нови и оригинални, с лично и обществено значение, а така също и иновативни“ (Andreev 1996).

Според Хуторски обучението и развитието на човека са взаимосвързани с неговото творчество: развиваш се само тогава, когато създаваш, твориш нещо ново за себе си или за другите. Но творчество е възможно само в условия на свобода, или поне свобода на избора. Могат да се очакват творчески резултати само тогава, когато ученикът има право на избор за смисъла и целта на своето образование, за темите на творческата си дейност, формите на изпълнение, да е подкрепян в изразяването на собственото си мнение по проблемите. Обучението, като продуктивен процес, изисква учениците да имат творчески способности. Под творчески способности се разбира комплексни възможности на ученика да извърши дейности, насочени към създаването на нови образователни продукти.

Отново той посочва, че креативността не е единствената способност, която обезпечава образователните дейности. Тъй като в резултат на творчество ученикът придобива знание, то заедно с креативната дейност се осъществява и когнитивна. За да могат креативните и когнитивните процеси да се изразят в образователните резултати на ученика, е необходимо да се провежда обучение, което да съответства и на организационните му способности. Към тях се отнасят целеполагане, мотивация, спазване на правила, самооценка и др. По този начин творческото обучение се опира на поне три интегративни способности на ученика: креативни, когнитивни и организационни. Заедно те осигуряват създаването от ученика на образователни продукти (Hutorskoу 2017).

Според Бюзан същността на методите за стимулиране на творческото мислене се състои в създаване на среда и условия, при които учениците получават нови знания, и чрез подходящи подходи и средства у тях се предизвиква желание за активна ответна реакция. Тези методи са известни твърде отдавна, но затруднения във връзка с тяхното използване се срещат главно поради липса или недостатъчна психическа нагласа както на учениците, така и на учителите (Byuzan 2013).

Творчески задачи

Под творчески задачи ще разбираме задачи, чрез които се постигат творчески цели в обучението – разрешават се учебни проблеми с недостигащи елементи, при които учениците придобиват нови знания, откриват нови свой-

ства и логически връзки, прилагат знанията си в нови непознати ситуации, съставят задачи, създават модели, рисунки по зададени условия и др.

Примери за творчески математически задачи могат да бъдат и следните: формулирайте твърдение и извършете доказателство по няколко начина; открийте връзката между математически обекти; формулирайте обратната теорема и я докажете; намерете следствия от теоремата; обосновайте необходимостта от допълнителни построения за доказателството на теорема, обобщете и формулирайте условието на по-обща задача; формулирайте задача за доказателство и я решете въз основа на доказана теорема. Чрез подобни задачи може се постига постепенно усложняване на творческите задачи (Nikishin 2012).

Хуторски е открил следните творчески задачи:

- направи по свой начин – да се направи по собствен начин това, което е известно: да даде ново определение на изучено понятие, обект, явление; да формулира правило;

- „преживяване“ на история – въвличане в история за създаване на нещо ново или решаване на проблем;

- образ – измисляне и създаване на образ по зададени условия;

- емпатия – мислено да „преживее“ етапите на развитие на даден обект, да се опишат мислите и чувствата;

- текстови жанрове – създаване на текст в различни форми и жанрове – съчиняване на задача, рими, стихотворение, песен, интервю, реклама, диалог и др.;

- изобретение – изобретяване на цифри, знаци, символи, технически приспособления, инструменти, устройства;

- съставяне – на речник, кръстословица, игра, викторина, мисловна карта, задача за другите ученици и др.;

- произведение – да се изготви модел, макет, произведение от геометрични тела, фотографии, видеофилм;

- учебно пособие – компютърна програма, алгоритъм за решаване на задачи, табла; провеждане на урока в ролята на учителя (Hutorskoy 2003).

За реализиране на различни дидактически цели в процеса на обучение може да се разграничат следните творчески задачи:

- въвеждане на нови знания – задачи, в които неизвестното се намира, чрез знанията и уменията, които трябва да се усвоят;

- затвърдяване на знания и умения – задачи, в които въведените знания и умения са поставени в нови ситуации, има липсващи или повече данни, задачи за съставяне по даден математически модел или крайна цел и др.;

- обобщение – задачи, които са с отворено условие или край, така че учениците да имат възможност да изчерпят всички случаи и да осъзнаят логическите връзки между елементите;

- контрол и оценка – задачи, в които диагностицираните знания и умения са поставени в нови условия.

Типология на творческите задачи

Според Ганчев, от гледна точка на системния подход, понятието „задача“ представлява система (S,P), състояща се от субект (човек S) и обект (множество P). Ако на даден човек са известни всички елементи на P, достатъчни, за да смята той P за система, то такава система се нарича стационарна по отношение на този човек. В случая е налице стационарна ситуация. Ако на този човек е неизвестен поне един елемент, едно свойство или отношение от P, необходими, за да счита той P за система, то такава система се нарича проблемна по отношение на дадения субект. В този случай е налице проблемна ситуация. „При наличието на потребност, изразена по какъвто и да е начин, и възможност за намиране на неизвестни за дадения човек елементи, свойства и отношения от системата P, проблемният характер на която е фиксиран, последната става задача за дадения субект.“ Най-често споменатата по-горе потребност се изразява чрез специално целево указание. Например изразът $-7+3$, сам по себе си, не е задача. Той става задача, ако се зададе съвместно с целевото указание „Пресметнете сбора“.

Разглеждането на задачата като система дава възможност в нея да се отделят следните четири основни компонента.

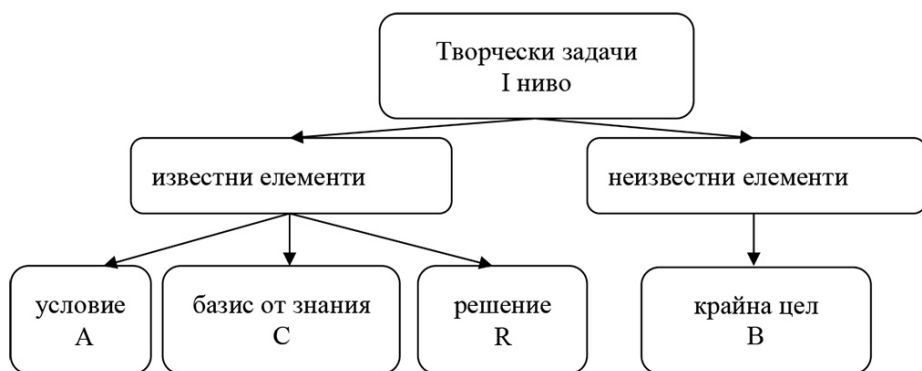
1. Начално състояние (A) – условието на задачата, което включва дадените елементи и връзките между тях.
2. Крайно състояние (B) – поставената в задачата цел.
3. Решение на задачата (R) – преобразуване на условието до исканото заключение или търсени елементи.

4. Базис на решението на задачата (C) – множеството от дефиниции, свойства, правила, алгоритми и др., чрез които се обосновава решението (Ganchev 1996).

Въз основа на дефинираното от Ганчев понятие „задача“ като система от четири компонента – начално състояние (A), крайно състояние (B), решение на задачата (R), базис на решението на задачата (C), ще бъде направена класификация на творческите задачи. За демонстрация ще се преформулира една задача в различните варианти на всички нива на трудност. В зависимост от броя на неизвестните компоненти се класифицират творческите задачи в следните нива.

I ниво – неизвестен е само един компонент (ACRX, AXRB или XCRB). Задачи от този тип са с ниско ниво на трудност. Такива творчески задачи могат да се задават на ученици с по-малки математически възможности или в началото на творческото обучение. При тях лесно могат да се демонстрират трите етапа – осъзнаване на проблем, формулиране на хипотеза и проверката ѝ:

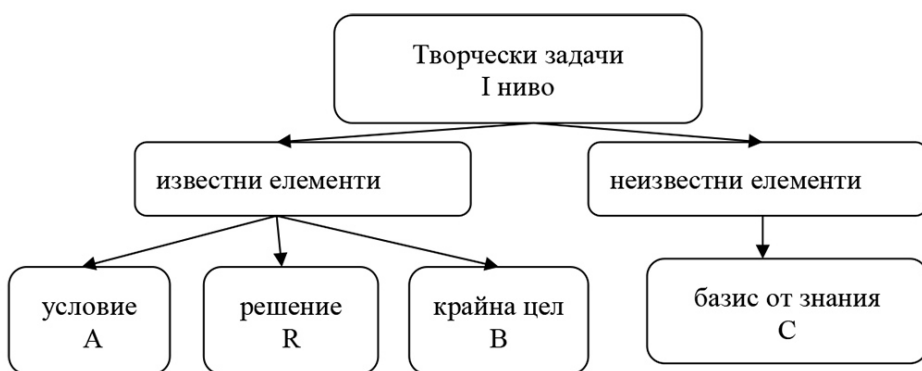
– ACRX (фигура 1) – *задачи с отворен край* – въведен е базисът за решаване на задачи, на които е известно условието и решението, а трябва да се намери каква е крайната цел. Могат да се използват при затвърждаване на нови или за актуализиране на стари знания.



Фигура 1. Творчески задачи I ниво с отворен край

Задача. Аквариум има формата на куб с размери 60 см. Петя е пресметнала, че $6.6.6 = 216$. Какво е намерила? Вярно ли е?

– AXRB (фигура 2) – **задачи за откриване на ново знание** – известни са условието, решението и крайната цел, но е неизвестен базисът от определения, теореми, формули и алгоритми, необходим за решаването ѝ. Задачите могат да се използват за въвеждане на ново знание. В процеса на решаване на задачата се осъзнава необходимост от нови знания на учениците.

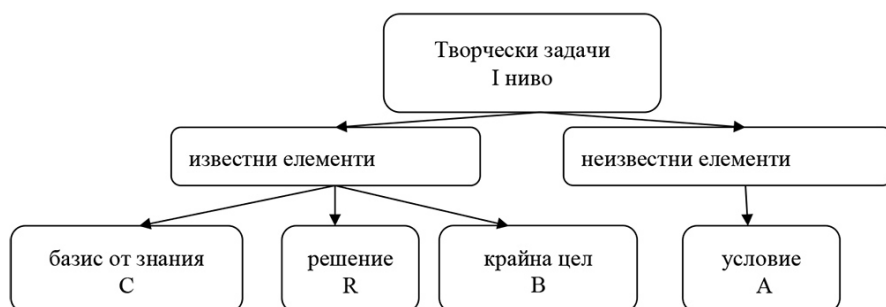


Фигура 2. Творчески задачи I ниво за откриване на ново знание

Задача. Аквариум има формата на куб с размери 60 см. Петя е пресметнала, че $V=6.6.6 = 216$ литра. Вярно ли е?

– XCRB (фигура 3) – **задачи с отворено начало** – известен е базисът от знания, необходим за решаването на задачата, решението и крайната цел, а е неизвестно условието ѝ. Тези задачи могат да се използват за затвърждаване

на нови знания, за преговор, за контрол и оценка. Новите знания се поставят в друга ситуация, осъзнават се логическите връзки, решават се различни задачи, съставени от учениците, и прилагайки новите знания, те проверяват дали решението съответства на първоначалната задача.

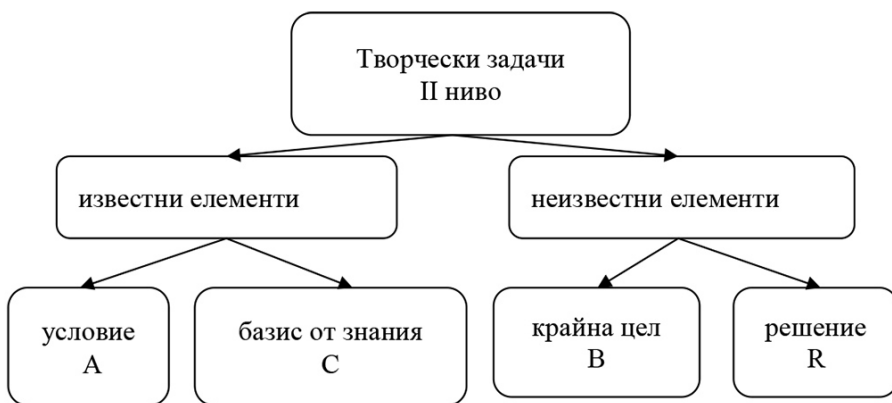


Фигура 3. Творчески задачи I ниво с отворено начало

Задача. Петя пресметнала, че обемът е $V = 6.6.6 = 216$ литра. Каква задача е решавала тя?

II ниво – неизвестни са два компонента (АСХУ, АХУВ, АХРУ, ХУРВ, ХСУВ или ХСРУ).

– АСХУ (фигура 4) – **задачи с отворен край** – дадени са условието и базисът за решаване, а е неизвестна крайната цел и как се стига до нея. Учениците сами съставят задачи по даденото условие, като под ръководството на учителя могат да се разгледат всички типове задачи. Могат да се използват за затвърждаване, обобщаване, преговор, контрол и оценка.

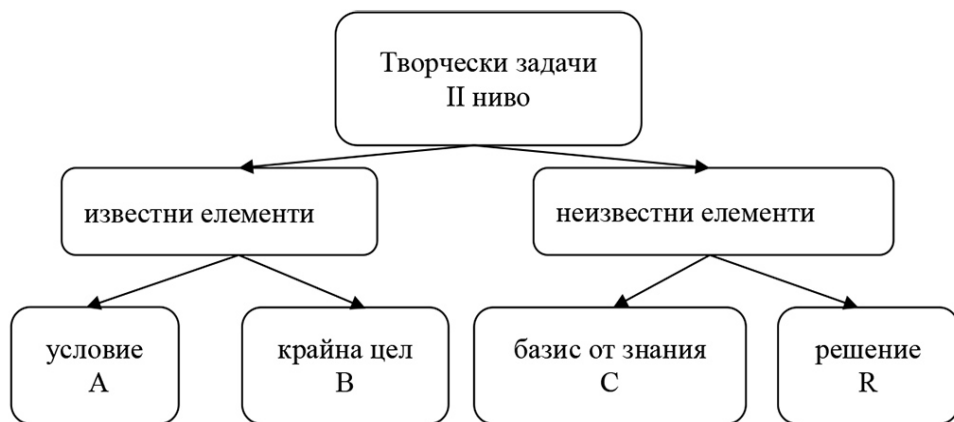


Фигура 4. Творчески задачи II ниво с отворен край

Например, ако предварително са въведени определенията за куб и формулите за лице на повърхнината и обем на куб, то може да се зададе следната задача:

Задача. *Аквариум има формата на куб с размери 60 см. Какво можем да намерим с тези данни?*

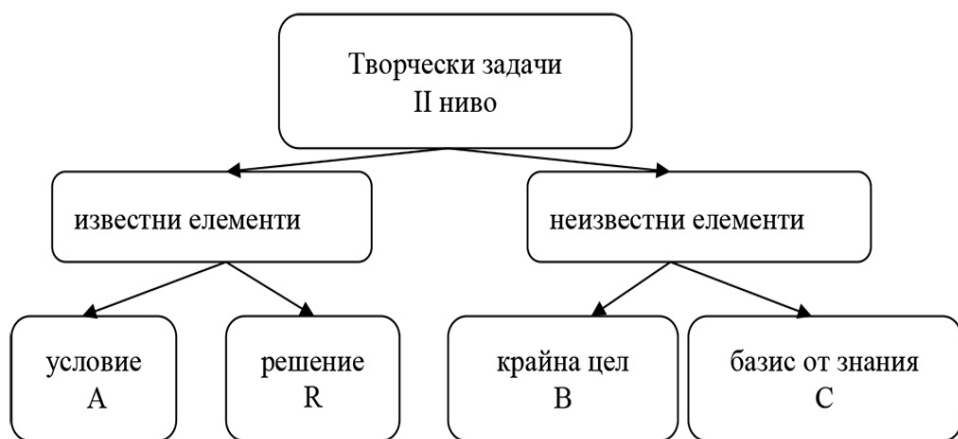
– АХУВ (фигура 5) – **задачи за откриване на ново знание** – дадено е условието и крайната цел, а трябва да се намери решението, без да е посочен с какъв базис да се обоснове. С тези задачи може да се създаде проблемна ситуация преди въвеждане на нови знания. Чрез тях се осъзнава необходимостта да научим нещо ново, за да разрешим проблема. Този тип задачи са характерни и за математическите състезания, задачи за преговор или когато се предлагат задачи в теми с друг базис за решаване. Там не е посочен базисът на решението на задачите, но за да са творчески задачите, трябва задължително и да се прилага в нова непозната ситуация.



Фигура 5. Творчески задачи II ниво за откриване на ново знание

Задача. *Аквариум има формата на куб с размери 60 см. Намерете колко литра вода събира.*

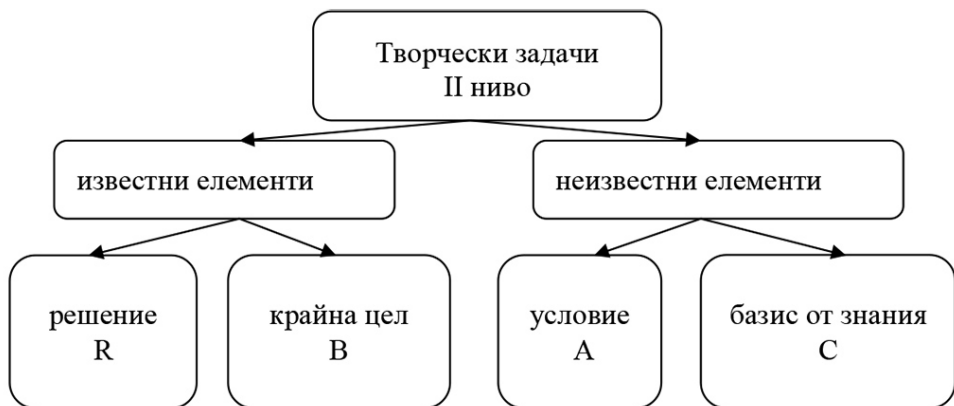
– АХРУ (фигура 6) – **задачи за откриване на ново знание с отворен край** – дадени са условието и решението, а не са неизвестни крайната цел и базисът за решаване. Те могат да се използват за създаване на проблемна ситуация за въвеждането на ново знание. Чрез тях то се открива и се обосновава решението.



Фигура 6. Творчески задачи II ниво с отворен край за откриване на ново знание

Задача. Аквариум има формата на куб с размери 60 см. Петя е пресметнала, че $6.6.6 = 216$. Какво е намерила? Вярно ли е?

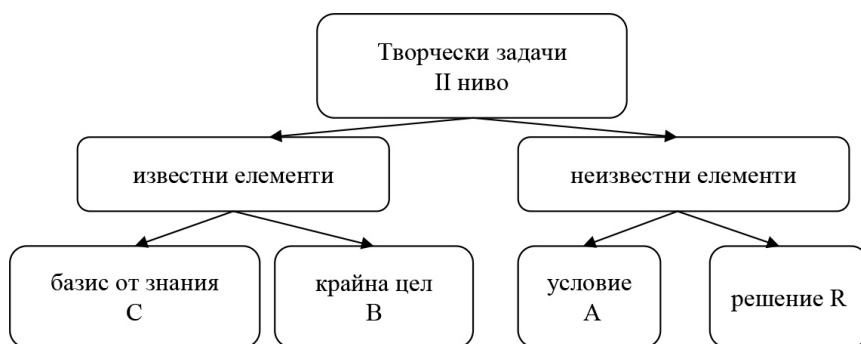
– ХУРВ (фигура 7) – **задачи за откриване на ново знание с отворено начало** – знаят се решението и крайната цел, а са неизвестни условието и базисът, с който да се обоснове решението. С тези задачи могат да се създава проблемна ситуация за въвеждане на ново знание, тъй като то е неизвестно. Решението подпомага учениците в разсъжденията да достигнат сами до условията, които са необходими за намиране на крайната цел.



Фигура 7. Творчески задачи II ниво с отворено начало за откриване на ново знание

Задача. Петя е пресметнала, че аквариум събира $6.6.6 = 216$ литра. Какво е условието на задачата, която е решила тя?

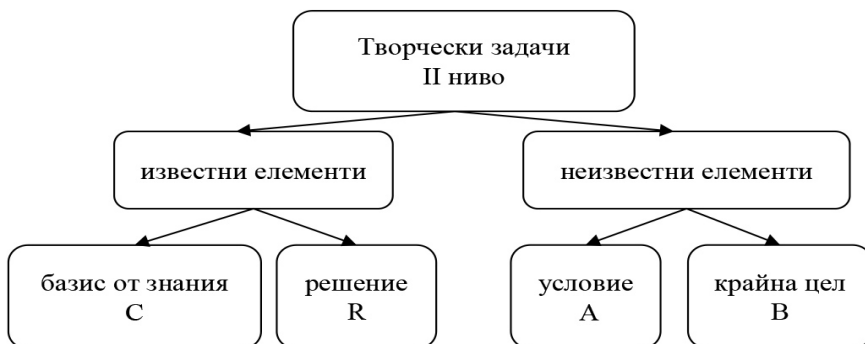
– ХСУВ (фигура 8) – **задачи с отворено начало** – знаят се крайната цел и базисът за решаване, а се търсят условието и начинът за решаване на задачата. След като е въведено новото знание, могат да се поставят задачи в нови непознати ситуации с него. Чрез такива задачи с отворено условие могат да се разгледат много типове задачи, да се изказват хипотези и след това да се проверяват. Могат да се използват за затвърждаване на знания, актуализиране, обобщение, преговор, контрол и оценка.



Фигура 8. Творчески задачи II ниво с отворено начало

Задача. Каква трябва да е формата и размерите на аквариум, който събира 216 литра вода?

– ХСРУ (фигура 9) – **задачи за съставяне по математически модел** – известни са решението и базиса за обосноваването му, а е неизвестно условието



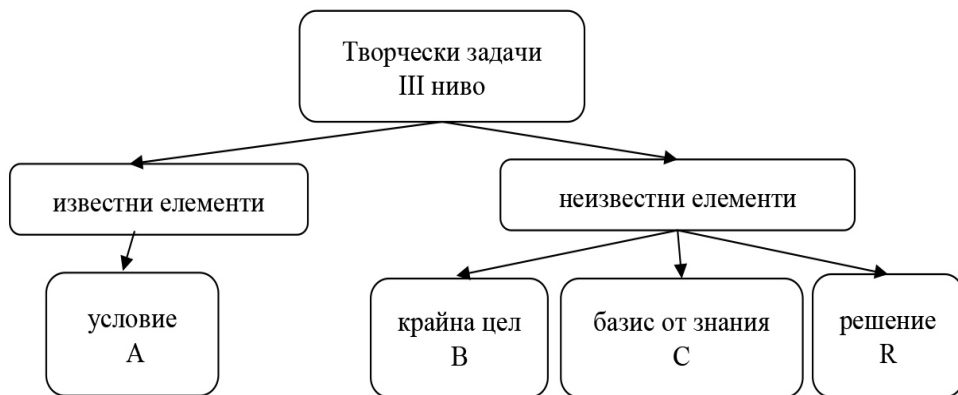
Фигура 9. Творчески задачи II ниво за съставяне по математически модел

и крайната цел на задачата. След въвеждане на новото знание те могат да се използват за съставяне на задачи, като се анализира решението и се отделят началните условия на задачата и крайната цел. Съставянето на задачи развива творчеството на учениците и разбират приложението на математиката в реални ситуации.

Задача. Петя записала следното решение $x.x.x = 216 \text{ дм}^3$. Каква задача е решила тя?

III ниво – неизвестни са три компонента (AXYZ, XCYZ, XYRZ или XYZB). Те се срещат извънредно рядко в обучението по математика, но пък много често в практиката на човека.

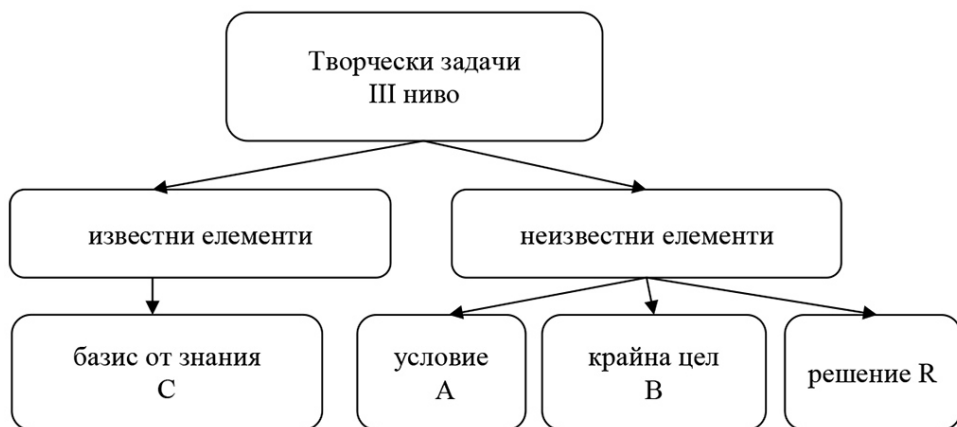
– AXYZ (фигура 10) – **задачи за откриване на ново знание с отворен край**. В задачите от този тип е дадено само условието, а трябва да се реши какво и как да се постигне с него. С такива задачи се създават проблемни ситуации за въвеждане на нови знания. Освен това с липсата на крайна цел могат да се решат няколко вида задачи за намиране на различни елементи. Чрез тях се осъзнава логическата им връзка.



Фигура 10. Творчески задачи III ниво за откриване на ново знание с отворен край

Задача. Аквариум има формата на куб с размери 60 см. Какво може да се намери с тези данни?

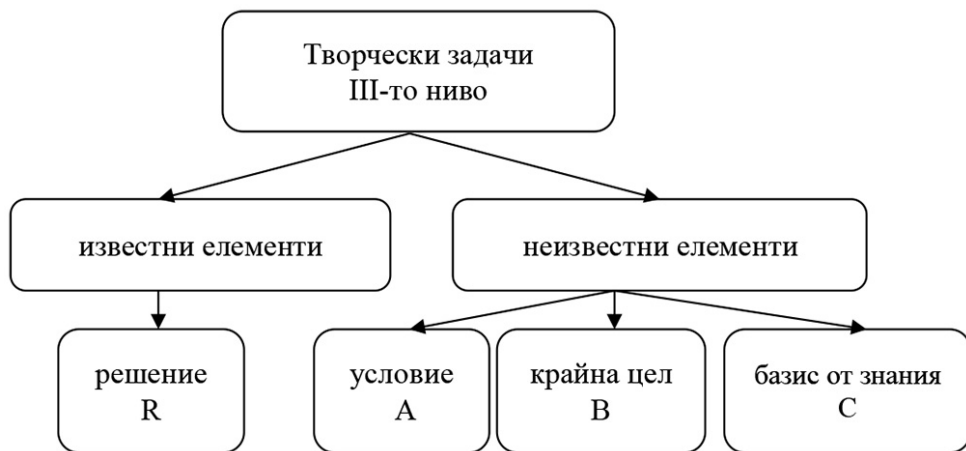
– XCYZ (фигура 11) – **съставяне на задачи**. Преди задаването на този тип задачи са въведени определения, правила, формули, свойства, които са необходими за задачата. Трябва да се формулират и решат задачи с тях. При тях се изисква разбиране на новото знание и прилагане на творчество от учениците.



Фигура 11. Творчески задачи III ниво за съставяне на задача

Задача. Съставете задача за намиране на обем на куб.

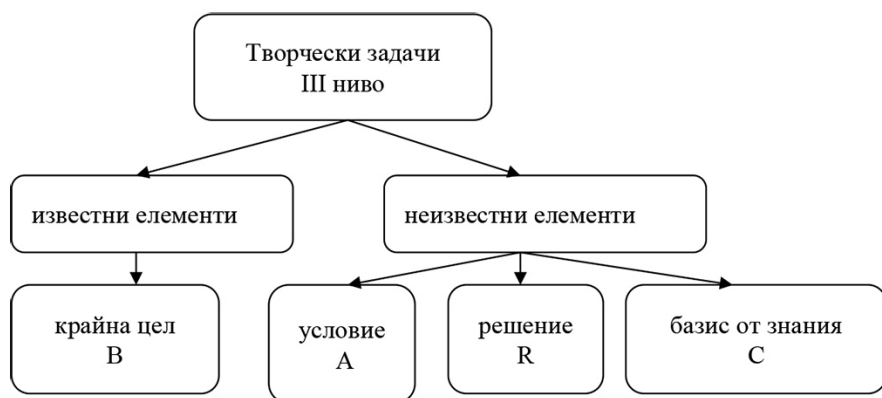
– XYRZ (фигура 12) – *задача за откриване на ново знание по математически модел*. Известен е само математическият модел, а трябва да се формулира задачата – условие, крайна цел, и да се обоснове решението. Те могат да се използват за създаване на проблемна ситуация при въвеждане на нови знания; в урок, който не е на тази тема, или в преговор. Чрез анализ на решението се правят хипотези за условието на задачата, крайната цел и се открива новото знание.



Фигура 12. Творчески задачи III ниво за откриване на ново знание по математически модел

Задача. Петя записала следното решение $x.x.x = 216$ литра. Каква задача е решила тя?

– XYZB (фигура 13) – **задача за откриване на ново знание по зададена крайна цел** – неизвестни са базисът от знания, математическият модел и условието, а е известна само крайната цел. Този тип задачи се среща изключително често в действителността – знаем каква ни е целта, а трябва да се определят условията, начините и средствата, за да се постигне. Най-често тези задачи имат няколко решения. Могат да се използват за създаване на проблемна ситуация при въвеждане на новото знание или в преговор, обобщение, контрол и оценка – без да е посочен базисът за решаване в нова непозната ситуация.



Фигура 13. Творческа задача III ниво за откриване на ново знание по дадена крайна цел

Задача. Да се изработи аквариум, който събира 216 литра вода.

Технология за съставяне на творчески задачи

1. Определя се образователната цел и обектите/зависимостите, които трябва да се открият в задачата в съответствие с Държавните образователни стандарти, учебната програма, темата и вида на урока.

2. Описват се основните видове дейности на учениците, които трябва да могат да извършват – пресмятане, чертане, изследване, доказване. Избира се тази дейност, която има най-голямо отношение към образователния обект.

3. Определя се нивото на сложност на творческата задача в зависимост от броя на неизвестните в системата и съобразена с възможностите на учениците.

4. Формулира се задача (по възможност свързана с житейска ситуация) според определените параметри в т. 1 – 3.

Съставянето на математически задачи е творческа дейност както за учителя, така и за учениците. То съдейства за формиране на положително отношение към математиката, за изясняване на математическите понятия и връзките между тях. Пойа е от първите изследователи, които предлагат обучение по математика чрез съставяне на задачи от учениците. Той посочва различни начини за променяне на задачата с цел нейното решаване: връщане към дефиницията, разлагане и рекомбиниране, въвеждане на помощни елементи, обобщение, специализация и аналогия (Poya 1972). Тази идея се подкрепя от конструктивистките теории (Silver 1994).

Според Хуторски ключова роля в организирането на творческо обучение са откритите задачи, които развиват откривателските качества на учениците. От формулировката на задачата зависи и творческата реализация на учениците. Ако задачата звучи сухо или непонятно, далеч от техния опит, то шансовете за качествени резултати са малко. И обратно, ако задачата съответства на интересите им, предлага действителна „жива“ ситуация, решението ѝ не е очевидно, то такава задача е способна да поведе хода на целия урок по вътрешната логика на предвидения проблем (Hutorskoy 2003).

Творческите задачи често нямат еднозначни решения. Такива задачи принципно се различават от традиционните въпроси, задачи и упражнения, които имат „правилни“ отговори, с които се сравняват получените от учениците резултати. Творческите задачи предполагат повече възможни решения, резултатите винаги са уникални и отразяват степента на творческото развитие, а не правилно отгатнат или получен отговор. Прилагането на такива задачи, от една страна, е насочено към творческото овладяване на основните знания и умения, а от друга страна, развива когнитивните, креативните и организационните качества на учениците. Тези задачи позволяват на учениците не просто да овладеят предвидения учебен материал, а да изградят собствени знания за реалните обекти на познанието.

С развитието на информационните технологии се увеличиха и възможностите за учение в електронна среда и използване на много приложения за експериментиране, изследване, за създаване на интерактивни дидактически средства. Използването на динамичен софтуер в обучението по математика е условие за значително подобряване на творческия учебния процес по математика. Чрез използване на такъв тип софтуер бързо и лесно се изследват различни обекти, модифицират се, изясняват се частни случаи. При решаването на задачи динамичният софтуер служи за изследване на различни възможности, за формулиране на междинни хипотези и откриване на идеи за доказателство. С негова помощ за кратко могат да се осъществят редица наблюдения, учебно-изследователска дейност в час – учебна дейност на учениците за формиране на практически и теоретични знания за предмета на основата на

изследване, преобразуване и експериментирание с него (Grozdev, Chehlarova 2008). Използването на всички възможности за визуализиране, изследване, експериментирание, откриване на свойства и доказване на хипотези за решаване на творчески задачи прави урока по математика интерактивен, съвременен и достъпен за учениците.

ЛИТЕРАТУРА

- Андреев, В. И., 1996. *Психология творческого саморазвития*. Казан: Казанского университета.
- Бюзан, Т., 2013. *Силата на творческата интелигентност. 10 начина да развихрим творческия си гений*. София: Изток – Запад.
- Десев, Л., 2011. *Психология на творчеството*. Софи: Парадигма.
- Гроздев, С., Чехларова, Т., 2008. Методика и информационни технологии в образованието. В: *Руската наука, образование и култура в съвременния свят*. Стара Загора, с. 27 – 35.
- Колишев, Н., 2018. *Теория на педагогическите умения на учителите*. София: Захарий Стоянов.
- Никишин, М. М., 2012. Структуризация творческих задач с позиции эвристичности. *Интеграция образования*, (1), 98 – 101.
- Пойа, Д., 1972. *Как да се решава задача*. София: Народна просвета.
- Silver, E. A., 1994. On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, **14**(1), 19 – 28.
- Хуторской, А. В., 2003. *Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения*. Москва: Московского университета.
- Хуторской, А. В., 2017. *Дидактика*. Москва: Питер.

REFERENCES

- Andreev, V. I., 1996. *Psihologia tvorcheskogo samorazvitia*. Kazan: Kazanskogo universiteta [In Russian].
- Byuzan, T., 2013. *Silata na tvorcheskata inteligentnost. 10 nachina da razvihrim tvorcheskia si geniy*. Sofia: Iztok – Zapad [In Bulgarian].
- Desev, L., 2011. *Psihologia na tvorchestvoto*. Sofia: Paradigma [In Bulgarian].
- Grozdev, S., Chehlarova, T., 2008. Metodika i informatsionni tehnologii v obrazovanieto. V: *Ruskata nauka, obrazovanie i kultura v savremennia svyat*, 27 – 35. Stara Zagora [In Bulgarian].
- Hutorskoy, A. V., 2003. *Didakticheskaya evristika. Teoria i tehnologia kreativnogo obuchenia*. Moskva: Moskovskogo universiteta [In Russian].
- Hutorskoy, A. V., 2017. *Didaktika. Uchebnik dlya vuzov. Standart tretyego pokolenia*. Moskva: Piter [In Russian].

- Kolishev, N., 2018. *Teoria na pedagogicheskite umenia na uchitelite*. Sofia: Zahariy Stoyanov [In Bulgarian].
- Nikishin, M. M., 2012. Strukturizatsia tvorcheskih zadach s pozitsii evristichnosti. *Integratsia obrazovania* (1), 98 – 101 [In Russian].
- Poya, D., 1972. *Kak da se reshava zadacha*. Sofia: Narodna prosveta [In Bulgarian].
- Silver, E. A., 1999). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19 – 28.

TYOLOGY OF CREATIVE PROBLEMS AND THEIR PLACE IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract. One of the main tasks of modern education is to develop the creative abilities of students. The formation of creative personalities is achievable by applying creative teaching, which can be realized through a well-chosen system of creative tasks to achieve various didactic goals - problems for discovering new knowledge, problems with open beginning or end, problems with missing or extra data, problems for compiling a given mathematical model or final goal. This article offers analysis and typology of creative tasks based on the defined concept of a math problem as a system of four components – initial state, final state, solution of the problem, basis of the solution of the problem. For demonstration, a mathematical problem is reformulated in different variations at all levels of difficulty.

Keywords: creativity; creative teaching; creative problems; teaching mathematics

✉ **Dr. Sevdalina Georgieva**

ORCID iD: 0000-0001-7499-2194

Department for Information, Qualification and Lifelong Learning – Varna
Konstantin Preslavsky University of Shumen
Varna, Bulgaria

E-mail: s.georgieva@shu.bg