

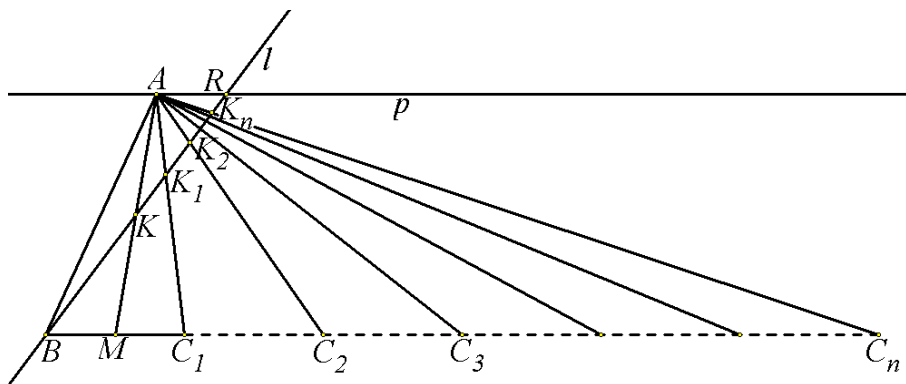
РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ БРОЙ 2, 2017

Задача 1. Да се определи дали съществуват естествени числа n и k , при които стойността на израза $2017^{n-1} + 3^k + 4$ е:

- куб на естествено число;
- сбор от кубовете на две естествени числа;
- сбор от кубовете на три естествени числа.

Христо Лесов, Казанлък

Решение: при $n=1$ и $k=1$ имаме $2017^0 + 3^1 + 4 = 2^3$. Следователно случай а) има положителен отговор. Тъй като при $n \geq 1$ числото $2017^{n-1} - 1$ се дели на $2017 - 1 = 9.224$, то при $n \geq 1$ и $k \geq 2$ имаме $2017^{n-1} + 3^k + 4 = (2017^{n-1} - 1) + (9 \cdot 3^{k-2} + 5) = 9m + 5$, където m е естествено число. Следователно всяко число от разглеждания вид при деление на 9 дава остатък 5. Всяко естествено число е от вида $3c$, $3c+1$ или $3c+2$, а неговият куб при деление на 9 има остатък съответно 0, 1 или 8. Следователно сборът от кубовете на две естествени числа при деление на 9 дава остатък $0+0=0$, $0+1=1$, $0+8=8$, $1+1=2$, $1+8=9 \equiv 0$ или $8+8=16 \equiv 7$, а сборът от кубовете на три естествени числа при деление на 9 дава остатък $0+0+0=0$, $0+0+1=1$, $0+0+8=8$, $0+1+1=2$, $0+1+8=9 \equiv 0$, $0+8+8=16 \equiv 7$, $1+1+1=3$, $1+1+8 \equiv 1$, $1+8+8=17 \equiv 8$ или $8+8+8=24 \equiv 6$. В никой от тези случаи не се получава остатък 5. Следователно $2017^{n-1} + 3^k + 4$ не може да се представи като сума от кубове нито на две, нито на три естествени числа. Това означава, че случаите б) и в) имат отрицателен отговор.



Задача 2. Даден е $\triangle ABC_1$. Точките $C_2, C_3, \dots, C_n$ лежат върху лъча BC_1 и са такива, че $C_1C_2 = C_2C_3 = \dots = C_{n-1}C_n = BC_1$. Правата l през върха B и средата K на медианата AM на $\triangle ABC_1$ пресича $AC_1, AC_2, \dots, AC_n$ съответно в точките $K_1, K_2, \dots, K_n$. Да се пресметне сумата $\frac{C_1K_1}{K_1A} + \frac{C_2K_2}{K_2A} + \dots + \frac{C_nK_n}{K_nA}$.

Милен Найденов, Варна

Решение: през точката A построяваме права p , успоредна на AC_1 . Нека $BK \cap p = R$. Тъй като $BMRA$ е успоредник, то $AR = BM = \frac{1}{2}BC_1$. Освен това $\triangle AK_nR \sim \triangle BK_nC_n$. Затова $\frac{C_nK_n}{K_nA} = \frac{BC_n}{AR} = \frac{nBC_1}{\frac{1}{2}BC_1} = 2n$. Следователно

$$\frac{C_1K_1}{K_1A} + \frac{C_2K_2}{K_2A} + \dots + \frac{C_nK_n}{K_nA} = 2 + 4 + \dots + 2n = 2(1 + 2 + \dots + n) = n(n+1).$$

Задача 3. В изпъкналия четириъгълник $ABCD$ точките M, N и P са средите съответно на страните AD, BC и CD , а T е пресечната точка на диагоналите му AC и BD . Ако втората обща точка K на описаните около триъгълниците ABT и CDT окръжности лежи в $\triangle BDC$ и са изпълнени равенствата $\sphericalangle MNP = \sphericalangle BAD = \frac{1}{2}\sphericalangle ADC$, да се докаже, че точката K лежи върху Ойлеровата права на $\triangle ABD$.

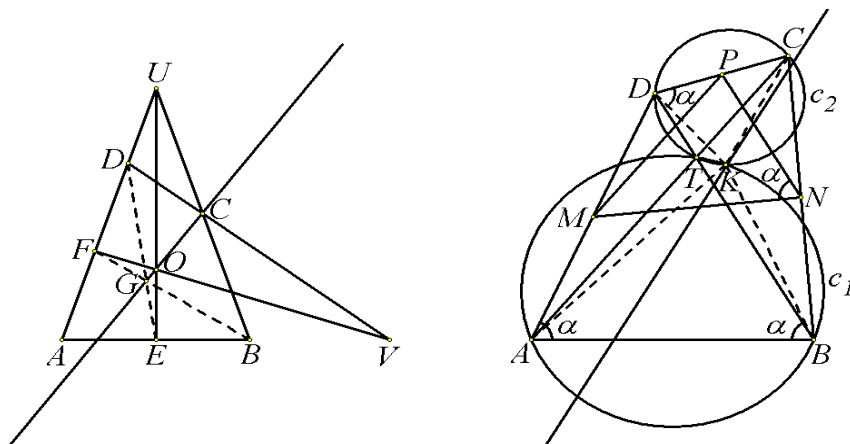
Хаим Хаимов, Варна

Решение: в решението на задачата ще използваме следващата

Лема. Ако в изпъкналия четириъгълник $ABCD$ са изпълнени равенствата $\sphericalangle CDA = \sphericalangle DAB = \sphericalangle ABD$, Ойлеровата права на $\triangle ABD$ минава през върха C .

Доказателство. Нека $BC \cap AD = U$ и $AB \cap CD = V$, а E и F са среди-те съответно на страните AB и CD . От условието следва, че триъгълниците ABU и CDV са равнобедрени. Медианите им UE и VF са симетрали съответно на отсечките AB и CD . Затова пресечната им точка O е центърът на описаната около $\triangle ABD$ окръжност. Тъй като $\sphericalangle ABD < \sphericalangle BAD$, триъгълникът ABD не е равнобедрен. Следователно медианите му DE и BF се пресичат в точка G , която е различна от O . Върховете E, B, V и F, D, U

на шестоъгълника $DEUBFV$ са разположени алтернативно върху две прави. Затова от теоремата на Пап следва, че точките $G = DE \cap BF$, $O = EU \cap FV$ и $C = UB \cap VD$ лежат на една права. С това лемата е доказана.



Премазваме към решението на задачата. От свойствата на вписаните ъгли следва, че $\angle BDK = \angle ACK$ и $\angle DBK = \angle CAK$. Следователно $\triangle BDK \sim \triangle ACK$ и $\frac{BK}{DK} = \frac{AK}{CK}$. От друга страна $\angle AKB = \angle ATB = \angle CTD = \angle CKD$. Следователно $\triangle AKB \sim \triangle CKD$. Оттук $\angle ABK = \angle CDK = \alpha$. Сега от свойствата на средните отсечки следва, че $MP \parallel AC$ и $NP \parallel BD$. Затова $\angle MPN = \angle ATB = \angle AKB$. Освен това $\triangle BDK \sim \triangle ACK$ (доказано по-горе) и $\frac{AC}{BD} = \frac{AK}{BK}$, откъдето $\frac{MP}{NP} = \frac{\frac{1}{2}AC}{\frac{1}{2}BD} = \frac{AC}{BD} = \frac{AK}{BK}$. Следователно $\triangle MPN \sim \triangle AKB$. Оттук след-

ва, че $\angle MNP = \angle ABK = \alpha$. По условие имаме $\angle BAD = \angle MNP = \alpha$ и $\angle ADC = \angle MNP = 2\alpha$. Затова $\angle ADK = \angle ADC - \angle CDK = \alpha$. Така получиме $\angle KDA = \angle DAB = \angle ABK = \alpha$. Тъй като по условие точката K лежи в $\triangle BDC$, то за четириъгълника $ABKD$ са изпълнени условията на лемата. Следователно точката K лежи върху Ойлеровата права на $\triangle ABD$.

В новите книжки на научните списания на издателство

АЗ.БУКИ четете

9/2017: сп. „Педагогика“

Възможности за усъвършенстване на съвременния урок / Добринка Тодорина

Текстът представя възможности за усъвършенстване на съвременния урок чрез методики за усъвършенстване структурата на уроците и провеждането им в съответствие с актуалните обществени тенденции, интегративен подход, продуктивна педагогическа технология.

Възпитаващите субекти в условия на парародителска грижа / Юлиана Ковачка

В условията на парародителската грижа от особена важност са промените, които поражда тя у децата. Значими са и редица проблемни въпроси, свързани с лицата, които съвместяват родителските функции на биологичните родители за различни времеви периоди.

6/2017: сп. „Български език и литература“

Дефиниране на понятието „учебно-помощни издания на класическата литература“ / Малина Димитрова

Текстът доказва същността и уникалността на учебно-помощните издания на класическа литература и ги определя като: вид учебна книга, която допълва и разширява учебника по литература и е съобразена с учебната програма.

Образователни практики за развиване на комуникативните компетентности на учениците от прогимназиален етап при работа в слят клас / Снежанка Добрева, Мария Ефтимова

Статията предлага урочен модел за усвояване в слят клас (V и VII клас) на учебно съдържание от раздела за развитие на комуникативни компетентности, съответно: V клас – отговор на житейски въпрос; VII клас – съчинение на свободна тема.

6/2017: сп. „Стратегии на образователната и научната политика“

Рефлексивна картина за социално включване на уязвими етнически общности и групи у нас (върху примера на образователните институции в община Стралджа) / Ирина Колева

Студията разглежда приносните моменти в научното творчество на доц. д.н.к. Веселин Тепавичаров спрямо разработените и апробирани от него подходи за образование в междуетническа среда. Предлагат се примерни емпирико-теоретични модели за социално включване на деца от ромски произход спрямо ДОС по ГЗЕИО (2016 – МОИ).

Предизвикателствата за младите хора пред европейската програма „Еразъм+“ / Юлия Дончева

Статията представя ползите от европейската програма за образование, обучение, младеж и спорт „Еразъм+“. Анализират се данни от проучване относно предприемаческия профил на студентите, тяхната мотивация и готовност към иновациите.

6/2017: сп. „Професионално образование“

Спортът – алтернатива на агресивното поведение / Татяна Янчева

Настоящата статия поставя акцент върху това може ли спортът да бъде алтернатива на агресивното поведение. На база на специализиран анализ на спорта се дава възможност да се разглежда спортът и като „поведенческа терапия“ и по този начин да изпълнява функцията на алтернатива на агресивното поведение.

Бизнес план за създаване на пчелин / Наталия Стоянова

Статията разглежда особеностите при разработване на инвестиционен бизнес проект – в теоретичен и практически план. Посочена е структурата на едно проектно предложение. Разгледан е начинът за разработване на бизнес план. Описани са

неговите основни елементи, посочени са особеностите при изготвяне, планиране и оценка.

6/2017: сп. „Чуждоезиково обучение“

За глаголите с особено формообразуване в немския език и включването им в синхронна класификационна схема на глаголните флексии типове / Емилия Денчева

В статията са разгледани глаголи с особено формообразуване в съвременния немски език. Разликите в спрежението на тези глаголи са представени като закономерно следствие от определени развойни процеси. В заключение е направено предложение за включването на тези глаголи в единна класификационна схема на глаголните флексии типове.

Университетското образование – от знание към комуникация / Магдалена Костова-Панайотова

Статията разглежда проблеми на съвременното университетско образование в променената образователна среда. Теорията за социалното обучение се разглежда във връзка с използването на социалните мрежи за целите на университетските програми.

6/2017: сп. „Химия. Природните науки в образованието“

„Български имена в Слънчевата система“ – обучение по астрономия с приложение на иновационни методи, емоционално въздействие и ангажираност / В. Радева, Д. Кюркчиева

Статията представя резултатите от иновативно обучение по астрономия в извънкласна форма. Съчетаването на научноизследователския метод на обучение със силното емоционално въздействие на темата доведе до висока мотивация и ангажираност на учениците при обучението и висока ефективност в процеса на усвояване на знанията.

Компютърните образователни технологии в уроците по физика за решаване на задачи / Г. Калпачка

В статията са представени методически възможности за използване на компютърни образователни технологии в уроците по физика за решаване на задачи. В основата на статията е проведеният педагогически експеримент с използване на компютърни образователни технологии в обучението по физика в средното училище.

6/2017: сп. „История“

Постсоциализмът като виенско колело (Политико-геронтоложко есе) / Маргарита Карамихова

Статията представя първите резултати от пилотно проучване в областта на социалната геронтология. Проследени и анализирани са ключовите характеристики на две групи пенсионери в постсоциалистическия период, коментирани са груповите стратегии за осигуряване на определен начин на живот в променените след 1989 г. условия.

За дългия път на етнологията до училището / Виолета Коцева

Статията проследява пътя на етнологията наука в България с оглед да се открият промените в дисциплината на ниво университетски чения. Накратко е представен пътят на дисциплината в посока от долу нагоре – от събиране на артефакти за културата до изграждането на науката като университетска дисциплина.

4/2017: сп. „Философия“

Върху обектите на времезнанието / Коста Бенчев

Въз основа на предпоставката за възприемане на абстрактните същности като едни никога завършени резултати от конструиране, настоящата статия цели да развие възглед за истината, който е съсредоточен върху степените на вероятност. Те се определят като поредици от движещи се отношения между прилики и разлики, т.е. като зависими от времето.

Моделиране на истината в логическото пространство / Силвия Кръстева

Статията ще постави въпроса за истината отвъд езиковите конституенти в нейното дефиниране и постигане и оттам към моделирането ѝ, което да се основе предимно на познавателни параметри.