

РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ БРОЙ 1, 2014

Задача 1. Да се докаже, че за произволен триъгълник със страни a , b и c е изпълнено неравенството $(a+b+c)^2(2b^2c^2+2c^2a^2+2a^2b^2-a^4-b^4-c^4) \leq 27a^2b^2c^2$.

Йонуц Иванеску, Крайова, Румъния

Решение: Ако S , R и $p = \frac{a+b+c}{2}$ са съответно лицето, радиусът на описаната окръжност и полупериметърът на триъгълника, то са изпълнени следните релации: $16S^2 = 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$, $4SR = abc$ и $p \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}R$. От двете равенства лесно се вижда, че разглежданото неравенство е еквивалентно с $p \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}R$, което съвпада със споменатото неравенство.

Задача 2. Ако M е множеството на всички равнобедрени триъгълници, страните и лицето на които са естествени числа, да се намерят три триъгълника от M , различните страни на които са последователни естествени числа.

Милен Найденов, Варна

Решение: като залепим два питагорови триъгълника със страни 3, 4, 5 по катета с дължина 4, получаваме равнобедрен триъгълник с основа $a=6$, бедро $b=5$ и лице $S=12$. Така намираме един от желаните триъгълници. Сега разглеждаме равнобедрените триъгълници, които имат основа $a=10k+6$ и бедро $b=10k+5$ ($k \geq 0$) и това обобщава разгледания случай. Лицето S на триъгълник от този вид, според Хероновата формула, се изразява с равенството $S = (5k+3)\sqrt{75k^2+70k+16}$. При $k=0$ получаваме вече разгледания триъгълник. При $k=6$ получаваме нов триъгълник със страни $a=66$, $b=5$ и лице $S=120$. Сега да увеличим страните на триъгълниците от предишния вид с единица и да разменим местата на основата и бедрото, т.е. разглеждаме равнобедрените триъгълници с основа $a=10k+6$ и бедро $b=10k+7$ ($k \geq 0$). Лицето на триъгълник от този вид се намира по формулата $S = (5k+3)\sqrt{5(15k^2+22k+8)}$. При $k=1$ получаваме трети триъгълник от множеството M , който има основа

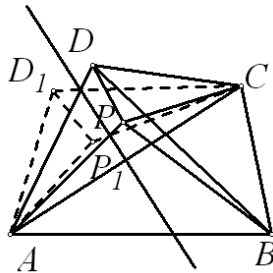
$a = 16$, бедро $b = 65$ и лице $S = 1848$. Четвърти триъгълник от M , който се получава по различен начин, има основа $a = 240$, бедро $b = 241$ и лице $S = 25080$.

Задача 3. Ако P е вътрешна точка за изпъкналия четириъгълник $ABCD$, която притежава свойствата $\frac{DP}{CP} = \frac{AD}{BC}$ и $\sphericalangle DPC = \sphericalangle ACB + \sphericalangle CAD$. Да се докаже,

че са изпълнени равенствата $\frac{DP}{AP} = \frac{CD}{AB}$ и $\sphericalangle APD = \sphericalangle CAB + \sphericalangle ACD$.

Хаим Хаимов, Варна

Решение: Означаваме симетричните точки на D и P относно симетралата на AC съответно с D_1 и P_1 . От свойствата на симетрията и условието получаваме $\frac{D_1P_1}{AP_1} = \frac{DP}{CP} = \frac{AD}{BC} = \frac{CD_1}{BC}$ и $\sphericalangle D_1P_1A = \sphericalangle DPC = \sphericalangle ACB + \sphericalangle ACD_1 = \sphericalangle D_1CB$. Следователно $\triangle D_1P_1A \sim \triangle D_1CB$. Сега лесно се съобразява, че $\triangle D_1P_1C \sim \triangle D_1AB$, откъдето следва, че $\frac{D_1P_1}{CP_1} = \frac{D_1A}{AB}$ и $\sphericalangle CP_1D_1 = \sphericalangle BAD_1$. От свойствата на симетрията тези равенства водят до $\frac{DP}{AP} = \frac{CD}{AB}$ и $\sphericalangle APD = \sphericalangle BAD_1 = \sphericalangle CAB + \sphericalangle CAD_1 = \sphericalangle CAB + \sphericalangle ACD$.



МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

MATHEMATICS AND INFORMATICS

BULGARIAN EDUCATIONAL JOURNAL

ANNUAL CONTENTS / ГОДИШНО СЪДЪРЖАНИЕ

СТРАНИЦИ / PAGES

Книжка 1 / Number 1: 1 – 96

Книжка 2 / Number 2: 97– 208

Книжка 3 / Number 3: 209 – 328

Книжка 4 / Number 4: 329 – 440

Книжка 5 / Number 5: 441 – 552

Книжка 6 / Number 6: 553– 648

7 – 9: Editorial / Към читателя *Сава Гроздев / Sava Grozdev*

IF YOU WORK WITH YOUNG STUDENTS / АКО РАБОТИТЕ С МАЛКИТЕ УЧЕНИЦИ

103 – 106: За съвременните методи в началната училищна математика [On the Contemporary Methods in Primary School Mathematics] / *Здравко Лалчев / Zdravko Lalchev*

215 – 246: Инверсията – метод в началната училищна математика [The Inversion – a Method in Primary School Mathematics] / *Здравко Лалчев, Маргарита Върбанова / Zdravko Lalchev, Margarita Varbanova*

EDUCATIONAL TECHNOLOGIES / ОБРАЗОВАТЕЛНИ ТЕХНОЛОГИИ

10 – 17: Интегриране на приложения – примерни задачи [Integrating Software Applications – Some Exemplary Problems] / *Ангел Ангелов / Angel Angelov*

18 – 33: Евристика с Excel [Heuristics by Excel] / *Пламен Пенев / Plamen Penev*

34 – 42: Компютърно генерирана математика: разработване на тема от Евклидовата геометрия [Computer-generated Mathematics: Elaboration of a Topic from Euclidean Geometry] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*

- 188 – 196: Модел за решаване на един клас задачи за построение с динамичен софтуер [A Model for Construction Problem Solving by Dynamic Software] / *Ваня Бизова-Лалева / Vania Bizova-Laleva*
- 335 – 342: Информатика и математика в контексте метапредметности [Informatics and Mathematics in the Context of Interdisciplinarity] / *С. А. Бешенков, А. Х. Дзамыхов / Sergei Beshenkov, Alibek Dzamihov*
- 343 – 354: Кратко ръководство за системата за компютърна алгебра Wolfram Mathematica [A Short Manual for the Computer Algebra System Wolfram Mathematica] *Тухомир Иванов / Tihomir Ivanov*
- 355 – 363: Компютърно генерирана математика: произведения на Коснита в Евклидовата геометрия [Computer-Generated Mathematics: Kosnita Products in Euclidean Geometry] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 364 – 383: Обучение в стил Edutainment с използване на компютърна графика [Edutainment Learning Style Using Computer Graphics] / *Христо Крушков, Асен Рахнев, Мариана Крушкова/ Hristo Krushkov, Asen Rahnev, Mariana Krushova*
- 384 – 401: Няколко свойства на един вид криви, породени от точка на Нагел [Some Properties of a Type of Curves, Generated by a Nagel Point] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*
- 447 – 461: Информатика в школах России [Informatics in the Schools of Russia] / *С. А. Бешенков, Э. В. Миндзаева / Sergei Beshenkov, Etery Mindzeva*
- 462 – 471: Математически модели на реални процеси и приложения на системите за компютърна алгебра за тяхното изследване [Mathematical Models of Real Processes and Applications of Computer Algebra Systems to Their Study] *Тухомир Иванов / Tihomir Ivanov*
- 472 – 479: Още евристики с Excel [More Heuristics by Excel] / *Пламен Пенев / Plamen Penev*
- 480 – 491: Използване на графичния конструктор на комбинационни схеми LC при изучаване на пълни множества от Булеви функции [Using the Graphic Constructor of Combinational Schemes LC in the Study of Complete Sets of Boolean Functions] / *Вилислав Радев / Vilislav Radev*
- 559 – 567: Компютърно генерирана математика: бележка за триъгълника на Хаймов [Computer-generated Mathematics: A Note on the Haimov Triangle] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 568 – 585: Учене чрез открития - нов ефективен подход в ученето чрез експерименти [Learning Through Discoveries – A New Effective Approach within Learning through Experimentation] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 586 – 596: Математически модели на реални процеси и приложения на системите

за компютърна алгебра за тяхното изследване, втора част [Mathematical Models of Real Processes and Applications of Computer Algebra Systems to Their Study: Part Two] *Тихомир Иванов / Tihomir Ivanov*

EDUCATIONAL MATTERS / ВЪПРОСИ НА ПРЕПОДАВАНЕТО

- 43 – 58: Теоретико-приложни основи на векторно-алгебрично моделиране в обучението по геометрия [Theoretical-practical Base of Vectoralgebraic-Modeling in Geometry Education] / *Ирина Вутова / Irina Voutova*
- 59 – 63: Едно обобщение на теоремата на Питагор в извънкласната работа по математика [A Generalization of the Pythagorean Theorem in Extracurricular Classes of Mathematics] / *Румяна Несторова / Rumjana Nestorova*
- 247 – 273: Стимулиране на творческа активност при билингви чрез динамичен софтуер [Creative Activity Stimulation of Bilingual Students by Dynamic Software] / *Сава Гроздев, Диана Стефанова, Калина Василева, Станислава Колева, Радка Тодорова / Sava Grozdev, Diana Stefanova, Kalina Vasileva, Stanislava Koleva, Radka Todorova*
- 274 – 284: Програмиране на числови редици [Programming of Number Series] / *Ивайло Старибратов, Цветана Димитрова / Ivaylo Staribratov, Tsvetana Dimitrova*

EDUCATIONAL RESEARCH / НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИ СТАТИИ

- 64 – 67: Some inequalities In the triangle [Няколко неравенства в триъгълника] / *Šefket Arslanagić / Шефкет Арсланагич*
- 68 – 72: Няколко хомотетично породени свойства на фойербаховите конфигурации [Several Homothetically Generated Properties Of The Feuerbach Configurations] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков, Деко Деков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov, Deko Dekov*
- 107 – 128: Двумерни масиви: алгоритми за търсене и експерименти [2D Arrays: Search Algorithms and Experiments] / *Павел Азълов / Pavel Azalov*
- 129 – 138: Фракталные методы в физике [Fractal Methods in Physics] / *Валерий Секованов, Елена Селезнева, Светлана Шляхтина / Valerii Sekovanov, Elena Selezneva, Svetlana Shljahtina*
- 139 – 154: Хомотетични конични сечения в равнината на триъгълник [Homothetic Conics in the Plane of a Triangle] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*
- 155 – 165: Някои методически обобщения за решаване на един тип задачи от линейната алгебра [Some Methodological Generalizations in the Solution of a Type of Linear Algebra Problems] / *Росен Николаев, Йордан Петков / Rosen Nikolaev, Jordan Petkov*

- 285 – 298: Крива на Чева за точка от равнината на триъгълник [A Ceva Curve for a Point in the Plain of a Triangle] / Сава Гроздев, Веселин Ненков / *Sava Grozdev, Veselin Nenkov*
- 299 – 308: An Interesting Algebraic Inequality and some Applications [Едно интересно алгебрично неравенство и някои приложения] / *Šefket Arslanagić / Шейфкет Арсланагич*
- 402 – 407: Honeycomb – a Genius Creation of Nature / *Risto Malčeski*
- 408 – 415: Three Solutions of a Problem with Four Circles / *Šefket Arslanagić*
- 416 – 421: Мотивация при решаване на задачи чрез преформулировка на условията [Motivation in Problem Solving by Task Preformulation] / *Сава Гроздев, Диана Стефанова / Sava Grozdev, Diana Stefanova*
- 422 – 430: Урок за използване на функции в задачи по икономика [A Class Lesson for the Application of Functions to Problems in Economics] / *Петя Сярова / Petya Syarova*
- 492 – 501: Теоретико-методологические аспекты проектирования концепции математического образования [Theoretical and Methodological Aspects of the Mathematics Education Concept Design] / *Г. Х. Гайдаржи, А. А. Русаков / Georgi Gaidarji, Alexander Rusakov*
- 502 – 518: Два подхода за изучаване на уравнения в началната училищна математика [Two Approaches to Study Equations in Primary School Mathematics] / *Здравко Лалчев, Маргарита Върбанова, Ирина Вутова / Zdravko Lalchev, Margarita Varbanova, Irina Voutova*
- 519 – 528: Машинен подход към Евклидовата геометрия: триъгълници на Ойлер, произведения на Ойлер и трансформации на Ойлер [Machine Approach to Euclidean Geometry: Euler Triangles, Euler Products and Euler Transforms] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 529 – 540: Формиране на знания върху кривите от втора степен [Formation of Knowledge on Curves of Second Degree] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 597 – 604: A Refinement of an Inequality with Radicals / *Šefket Arslanagić*
- 604 – 612: An Inequality for Right Triangle and Its Generalization / *Šefket Arslanagić*
- 613 – 616: Конкурентност, породена от тангенти [A Concurrence, Generated by Tangents] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*
- 617 – 625: Педална крива на точка спрямо Фойербахова конфигурация [A Pedal Curve of a Point with Respect to a Feuerbach Configuration] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*
- 626 – 632: Европейски изследователски групи с индустрията – традиции и перспективи [European Study Group with Industry – Traditions and Challenges] / *Стефка Димова / Stefka Dimova*

**COMPETITIONS AND OLYMPIADS /
КОНКУРСИ, ОЛИМПИАДИ, СЪСТЕЗАНИЯ**

- 73 – 78: Единадесета международна олимпиада по лингвистика [Eleventh International Linguistics Olympiad] / *Иван Держански / Ivan Derzhanski*
- 166 – 174: Състезанието „Европейско кенгуру” за ученици със зрителни увреждания [The ‘European Kangaroo’ Competition for Students with Visual Impairments] / *Сава Гроздев, Елиза Петрова / Sava Grozdev, Eliza Petrova*
- 175 – 187: Analysis of Problem Solving in Informatics for 12-13 Year Old Students in Bulgaria / *Ivaylo Staribratov, Bistra Taneva*
- 309 – 316: Някои методически подходи за съставяне на задачи за олимпиади [Some Methodological Approaches to Compose Olympiad Problems] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*

OUR TEACHERS / НАШИ УЧИТЕЛИ

- 79 – 83: Един класически учебник по алгебра [A Classical Textbook in Algebra] / *Донка Пашкулева / Donka Pashkuleva*

CONTEST PROBLEMS / КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ

- 84 – 85: Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]
- 86 – 88: Решения на конкурсните задачи от брой 2, 2013 [Solutions of the Contest Problems from issue 2, 2013]
- 197 – 197: Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]
- 198 – 200: Решения на конкурсните задачи от брой 3, 2013 [Solutions of the Contest Problems from issue 3, 2013]
- 317 – 317: Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]
- 318 – 320: Решения на конкурсните задачи от брой 4, 2013 [Solutions of the Contest Problems from issue 4, 2013]
- 431 – 431: Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]
- 432 – 434: Решения на задачите от брой 5, 2013 [Solutions of the Contest Problems from Issue 5, 2013]
- 541 – 541: Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]
- 542 – 544: Решения на задачите от брой 6, 2013 [Solutions of the Contest Problems from Issue 6, 2013]
- 633 – 633: Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]
- 634 – 635: Решения на задачите от брой 1, 2014 [Solutions of the Contest Problems from Issue 1, 2014]