

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИЯ ПОДХОД В ОБРАЗОВАНИЕТО ПО ИНФОРМАТИКА ЧРЕЗ ЕДИН ПОПУЛЯРЕН МАТЕМАТИЧЕСКИ ФОКУС (НОВ ПОГЛЕД КЪМ СТАРИ ИДЕИ)

Гл. ас. д-р Филип Петров

Софийски университет „Св. Климент Охридски“

Резюме. „Числата и техните представяния“ е първа тема от учебната програма за училищния курс по информатика в VIII клас. В статията е проучено, че учебниците по информатика в България по традиционния гимназиален курс в исторически план страдат от прекалена „математизация“ на задачите за двоична бройна система и слабо застъпват изследователския подход в обучението по нея. Проучен е позитивен опит със задачи с математическо моделиране от Проблемна група в образованието (ПГО). Предложен е начин за приложение на изследователски подход за изучаване на двоични числа с употребата на популярен математически фокус, като са дадени нови методически насоки за по-ефективно преподаване с него. Мотивирано е мнение, че е нужно в по-голяма степен да се стимулира изследователски подход в обучението по информатика с помощта на практически задачи с фокуси, игри и софизми, а въвеждането в темите да се извършва чрез поставяне на учениците в проблемна ситуация с цел предизвикване на по-силен когнитивен дисонанс.

Ключови думи: информатика; двоична бройна система; фокус; игровизация в обучението; ПГО

1. Темата за двоичната бройна система в българските учебници

Изследователският подход в образованието в последните десетилетия се налага все по-масово. В (Grozdev & Dekov 2014) се казва, че *ученикът или студентът най-добре усвоява учебния материал в хода на един творчески процес, при който той самостоятелно прооткрива научните факти.* В (Nikolova 2012) е подчертано, че обучението по информатика има за цел да *изгражда специален стил на проучване, изследване и самостоятелност на учениците*, което, разбира се, включва използване изследователския подход и учене чрез правене. В този смисъл, часовете по информатика би следвало да са естествено поле за приложение на този начин на преподаване. Утвърдена практика за стимулиране на изследователски подход е „игровизацията“

в обучението. В (Stoqnova et al. 2018) авторите отбелязват, че *за разлика от поведенческата класна стая, в която преподавателят доминира и запознава обучаваните с данни, факти и дефиниции, игровизацията (gamification) поставя в центъра учениците, които решават проблеми в творческа атмосфера*. Това не е задължително свързано с конструктивизма, но е чест негов спътник, защото обучението се трансформира от постоянно запомняне на факти към поставяне на стимули за изучаването им чрез творчески задачи и (защо не?) буквално с игри чрез „игрово базираното обучение“ (Pavlova & Marchev 2021).

Обект на изследване в настоящата статия е темата „Числата и техните представяния“ в учебната програма по информатика за VIII клас¹⁾ от гледната точка на търсене на възможности за прилагане на изследователски подход в обучението. В изискванията е дефинирано, че се очаква придобиване на следните знания и умения.

- Разширява и обобщава знанията, свързани с числата и техните представяния:
 - непозиционни бройни системи;
 - същност на позиционните бройни системи;
 - формат на числата в десетична, двоична и шестнадесетична бройна система.
- Превръща числа от десетична в двоична бройна система и обратно.
- Извършва събиране, изваждане и умножение на две числа в двоична бройна система.
- Дава примери за използване на двоична и шестнадесетична бройна система.

Централното място в темата за числата и техните представяния по естествен път се заема от двоичната бройна система, което е съвсем очаквано, като се има предвид, че масовите компютри са базирани на работа с бинарни числа. Урокът традиционно е наличен във всички учебници по информатика в България. В (Garov 2010) се казва, че *с решаването на задачи от подобен тип се способства за развитие на логическото мислене на учениците и формирането на интелектуални умения за работа с разнородна по характер информация*. Темата се появява в учебната литература с университетския учебник (Bogdanov et al. 1966). Академичните издания и до днес следват едно по-консервативно дедуктивно изложение на теорията, което впоследствие се онагледява с примери от предимно математически задачи и се показва приложение при компютърната техника (обикновено в контекст на програмиране от ниско ниво). Принципно това е напълно нормален и очакван стил при учебници за университетски курсове, защото по презумпция студентите идват предварително мотивирани за учене. Той обаче е крайно непрактичен за училищно ниво, където част от целта на уроците е и да мотивират ученика да учи.

В училище би следвало дедуктивният стил да се избягва, а уроците да се структурират по съвсем различен начин – учениците да бъдат активен участник в преоткриването на знанията, т.е. обучението им да премине в изследователския дух на конструктивизма.

Обучение по информатика се появява на училищно ниво в България за първи път от математически гимназии в първата половина на 70-те години на миналия век. То е било фокусирано към по-талантливи ученици от математическите гимназии. Например курс по програмиране, свързан с обучение по числени методи, е организиран в Математическата гимназия „Акад. Любомир Чакалов“ през 1973 г. (Azalov 2021). Натрупаният опит там довежда до написването на първия учебник за гимназиално ниво (Barnev & Azalov 1978). По това време не е имало персонални компютри в училищата – учениците са изпращали програмите си за изпълнение в Изчислителния център на Българската академия на науките. Подготовката в математическите гимназии е била основно в състезателен дух и е предвестник за формиране на бъдещите олимпиади по информатика, т.е. макар и учебникът да е следвал предимно инструкционистко изложение на материала, изследователският подход в обучението е бил основен при провежданите кръжоци.

Информатика се въвежда целенасочено за общообразователната подготовка в основните и средните училища с експерименталната система на Проблемната група в образованието (ПГО) с ръководител Благовест Сендов. Там темата за двоични числа се загатва още във второ отделение (еквивалент на сегашния втори клас). В „Учебник за второ отделение – II“ (Sendov et al. 1984) на стр. 124 – 125 се показва пример за превръщане на двоични числа в десетични, като е направено онагледяване чрез граф. Още първата задача, която се поставя пред децата, е игра за извършване на двоично търсене – Иван си намисля число от 0 до 15, а Петър го отгатва с помощта на двоично дърво чрез задаване на четири въпроса (дели интервала на две и пита дали намисленото число е по-голямо или по-малко, след което повтаря за по-малкия интервал). В следващ урок на стр. 128 – 129 се вижда задача за кодиране на съобщения – отново с помощта на двоично дърво се прави връзка между двоични числа и конкретни срички. Авторите представят две закодирани съобщения и предизвикват децата да ги дешифрират. Естествено, оттам насетне учениците сами кодират собствени съобщения помежду си. Авторите, традиционно за стила на ПГО, са обвързали темата с допълнителни междупредметни връзки – добавен е текст за рога на животни (в първия урок) и дървета, храсти и треви (във втория). Подобен дух за смесване на теми от различни традиционни предмети е наличен във всички уроци от първите четири отделения на учебниците в експеримента.

По същество двоичната бройна система в ПГО се разглежда в учебника „Език и математика за първи прогимназиален клас“ (Sendov & Novachkova 1985).

На стр. 32 – 33 авторите показват начините за преобразуване на двоично число в десетично (и обратно) и съответно развитието на числата като сума от степени на двойката. Задачата за упражнение е народна песен, в която думите „две“, „три“, „четири“ и т.н. са закодирани с двоични числа и съответно учениците са подтикнати да ги дешифрират, за да я изпеят. В урока има и две карета, в които е даден един и същ текст на тема двоична бройна система на руски и на английски език, който трябва да се преведе. Следващият урок на стр. 34 – 35 е за аритметични действия в двоична бройна система. Авторите отново следват същата структура – на първата страница са представени основните знания, след което са поставени карета с текстове на руски и на английски език, а накрая има изследователски текстови задачи. Ето една от тях:

Един от вас си измисля един предмет. Останалите задават каквито искат въпроси. Този, който е измислил предмета, отговаря само с да или с не, докато другите познаят. Записвайте с 0 отговорите с не и с 1 отговорите с да. След три познания пребройте нулите и единиците. Направете извод зависи ли скоростта на познаването от броя на единиците (на познатите неща).

Урокът на стр. 38 – 39 е за превръщане на числа в други бройни системи, като включва примери за петична, шестнадесетична и двадесетична. Освен обяснения в урока има хумористична закачка – за навършилия 32 години баща, който е навършил 10 000 в двоична бройна система, и за бабата на 62 години, която е само на 32 в двадесетична. Урокът включва изследователска задача, в която математик описва биографията си, но не е казано в каква бройна система са числата в нея. Учениците трябва да анализират текста и да я определят.

Очевидно се, че в ПГО се залага на изследователския подход и в това отношение системата е била новаторска в световен план. Много държави правят въпросната трансформация десетилетия по-късно. Проектът в България е прекъснат при смяната на политическия режим през 90-те години на миналия век, но макар и бавно, идеите му продължават да се разпростират (Dicheva et al. 1997). Част от тях тепърва се преоткриват и въвеждат в масовите училища, като например предметът компютърно моделиране.

За да се направи сравнение с инструкционизма, ще бъде разгледана темата за бройни системи от традиционния за България масов училищен курс по информатика, който допреди няколко години беше задължителен за всички училища. Той е въведен с учебните програми за X и XI клас през 1986 г. и според (Garov 2006) и (Asenova 2015) е бил провокиран от натрупания положителен опит с изучаване на информатика в системата на ПГО. По това време все още не е имало издадени систематизирани учебници за този учебен предмет. Затова през първата година са се използвали университетски учебници и издания за подготовка за състезателна информатика, като например ръководството за

извънкласна работа по информатика (Rahnev et al. 1985). Може би най-популярни през тази първа година са били книги, предназначени за по-широка публика. Такава например е (Angelov & Petrov 1986). Въпреки че не са били предназначени непременно за висшите училища, изложението на темата за двоични числа в тях продължава да е по-скоро академично, т.е. изцяло по дедуктивен път и без изследователски задачи.

Дали това прибързване за въвеждането на предмета, преди да има издадени специализирани училищни учебници, е станало предвестник той да се насочи по пътя на инструкционизма, може да е въпрос на спекулация. Дедуктивният стил на изложение обаче се утвърждава в първите одобрени учебници от Министерството на народната просвета (Angelov et al. 1987a; 1987b) и (Barnev et al. 1987a; 1987b). Въпреки сравнително краткия им живот и скорошната нова реформа стилът продължава по традиция и след тях. Естествено, това се отнася и за темата за числата и техните представяния. Например, ако се разгледа учебникът (Barnev et al. 1989), ще се види, че урокът „Всичко може да се запише с 0 и 1“ започва с кратка информация с примери за непозиционни бройни системи. Продължава с изложение на знания как компютрите съхраняват информация, като се описват пет физични принципа за състоянията 0 и 1. След това се описва двоичната бройна система, като се набляга основно на описанието на форматите за записване на цели числа и числа с плаваща запетая в оперативната памет. Накрая се дават шест задачи за упражнение, четири от които са чисто математически, а две (означени като по-трудни) имат по-приложен характер, защото за решението изискват програмиране на машинен език. Авторите тогава видимо са имали визия учениците да програмират на най-ниско ниво, т.е. да опознаят основите на информатиката и да изучат хардуера на компютъра. От гледна точка на изследователския подход, реално няма поставена нито една проблемна ситуация с провокативна задача за откриване на знания.

През 90-те години на миналия век визията в учебниците по информатика започва да се променя. Започва да се обръща по-малко внимание на хардуера, а вместо това учениците се фокусират значително повече върху програмиране на Pascal, C или Basic, т.е. от по-високо ниво. Структурирането на уроците по споменатия дедуктивен път обаче продължава да е устойчиво инструкционистко, като това включва в частност темата за бройни системи. Няма съществена промяна при масовото написване на серия от нови учебници от различни издателства между 2000 и 2001 г. Традицията, за съжаление, е съхранена при темата за числата и техните представяния и в учебниците по актуалната учебна програма от 2016 г., с която, като цяло, се смени коренно парадигмата към обектно ориентирано програмиране с разработване на визуално атрактивни програми. Ако се разгледат например изданията (Momcheva et al. 2017), (Manev et al. 2017) и (Boycheva et al. 2017),

ще се види, че със съвсем леки разлики при всички се спазва една и съща структура на уроците в темата:

- прави се исторически преглед за непозиционни бройни системи, в който се припомнят най-вече изучени през предишни учебни години знания за римските числа;
- обясняват се основните принципи на позиционните бройни системи, като се дава пример как всяко десетично число може да се представи като сума от степените на десетката;
- представя се двоичната бройна система по аналогия на десетичната;
- показват се примери как може числата да се преобразуват от едната бройна система в другата;
- показват се основните аритметични операции с двоични числа, представя се шестнадесетичната бройна система и се пристъпва към задачи за упражнение.

Тази структура не е никак случайна – ясно се вижда, че изложението в уроците следва директно заложената във вече споменатата учебна програма последователност. Вероятно това е направено, защото прави значително по-лесно получаването на положителна рецензия за учебника. Само по себе си, това не е проблем, но задачите в уроците, като цяло, продължават да не са с приложна насоченост. Те са предимно с условия за извършване на аритметични сметки с числа, за които не се вижда непосредствено и явно показано практическо приложение, т.е. няма достатъчно задачи с математическо моделиране, което да осмисли числата. Плахи са и междупредметните връзки на информатиката извън естествените с математиката.

Относно изследователския подход в образованието, положението не е различно. В учебника (Boycheva et al. 2017), в който авторите видимо са положили много усилия за приложението на подхода в повечето раздели, в урока за двоични числа са представени няколко практически задачи за упражнение, като например да се проучи кодировката на ASCII таблицата, да се проучи кодирането на цветовете в RGB формат и кратко сведение за адресирането на данните в оперативната памет на компютъра. Това обаче не е предизвикателство за учениците, а реално е инструкция какво допълнително да прочетат. Темите са хубави и полезни, но един изследователски подход би включвал поставянето на обучавания в по-предизвикателна проблемна ситуация. При (Momcheva et al. 2017) задачата с предизвикателство е само една – да се потърсят в интернет имената и биографични данни на четирима известни учени, за които са показани само снимки. Действително може би задачата да се открие името на непознат човек по негова снимка, е предизвикателна за осмисляне, но от друга страна, няма общо с добиване на знания за двоична бройна система. При (Manev et al. 2017) се открояват две задачи с изследователски елемент – учениците са заставени сами да открият някои свойства на

осмичната бройна система, като им се подсказва явно да използват аналогия с вече представени факти за шестнадесетичната. Задачите са хубави, но биха били интересни само за ученици с изявени интереси в чистата математика – липсва техният приложен характер или игрови елемент, които да засилят мотивацията за учене.

Описаният стил на дедуктивно инструкционистко изложение в учебниците следва да се приеме като нормален, ако същевременно се приеме, че те би трябвало да са само помощно средство за учителя, който, от своя страна, изготвя свои собствени уроци и ги планира с авторски учебни материали. Несъмнено най-добрите учители го правят. В тези случаи учебниците биха били използвани от учениците само като справочник и набор от задачи за самостоятелна подготовка преди изпити, след като вече са се научили, а не за основна книга, по която тепърва да се учат. По наблюдения на автора на статията масовата практика в училищата показва съвсем различна ситуация. Учебниците често се използват като основно средство за преподаване в часовете, а учителите следват стриктно структурата на уроците в тях. Нерядко при по-теоретичните теми, каквато в частност е обект на проучването от настоящата статия, това дори се изражда до изключително лошата практика учителят буквално „да чете урока“ на учениците си (прожектира се електронно четим вариант на учебника с мултимедиен проектор и се прочита това, което се вижда на екрана като вид компютърна презентация). В този смисъл, може да се приеме, че учебниците с дедуктивно изложение на материала задушават изследователския подход.

Втори аспект, върху който може да се направи по-сериозна реформа, е липсата на добре изразен встъпителен елемент в уроците. В (Nikolov et al. 2007), от чисто психологическа гледна точка, се изтъква, че пряк катализатор за повишаване на концентрацията върху учебните задачи и стимулиращ фактор за мотивацията към самостоятелна работа е пораждането на когнитивен дисонанс. Авторите отбелязват, че колкото по-стряскащо и нестандартно е поднесен учебният материал пред обучавания, толкова по-силен когнитивен дисонанс ще предизвика. В актуалните учебници по информатика по темата за числата и техните представяния няма наличие на такъв встъпителен елемент.

2. Магическите карти на Уил Линдхорст

Добър и утвърден пример за въвеждане на учениците в проблемна ситуация при изучаването на темата за двоични числа е един много популярен и лесен за демонстрация математически фокус. Вероятно за първи път е предложен в първата половина на XX век (Lindhorst 1937). Фокусникът показва пет карти, на които са написани наглед безразборни числа. Той привиква произволен човек от публиката и го моли или да си намисли число от 1 до 31 (или просто съобщава, че ще отгатне рождената му дата). След това фокусникът

казва на човека да каже в кои от картите присъства неговото число, разбира се, без да го посочва самото него. След като бъдат посочени въпросните карти, фокусникът моментално отгатва числото.

Фокусът се базира на елементарен математически трик с кодиране на картите. В левия ъгъл на всяка от тях е поставено число, което е степен на двойката. Трикът се възползва от факта, че всяко естествено число $n \in \mathbf{N}$ може да се представи като сума от различни степени на числото 2 и това представяне е единствено, т.е.:

$$n = \sum_{i=0}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} 2^i \cdot a_i \quad \text{за } a_i \in \{0; 1\}$$

Всяко число присъства само в тези карти, които са с код 2^i , участващ в неговата уникална сума с $a_i = 1$. Така фокусникът просто събира числата от кодовете на посочените от повикания карти и веднага намира кое е търсеното. Шаблонът, по който могат да се изготвят картите в сортиран ред на числата, е представен на фиг. 1.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 5 | 7 |
| 9 | 11 | 13 | 15 |
| 17 | 19 | 21 | 23 |
| 25 | 27 | 29 | 31 |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 2 | 3 | 6 | 7 |
| 10 | 11 | 14 | 15 |
| 18 | 19 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 30 | 31 |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 4 | 5 | 6 | 7 |
| 12 | 13 | 14 | 15 |
| 20 | 21 | 22 | 23 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |

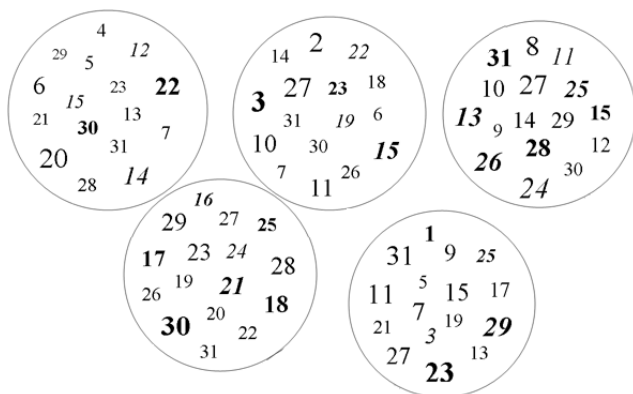
| | | | |
|----|----|----|----|
| 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 |
| 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |

Фигура 1. Шаблон за пет неразбъркани карти с 31 числа

Например, ако избраният от публиката е намислил числото 21, той ще го открие само в картите, на които в левия ъгъл има числата 1, 4 и 16. Това е така, защото единственото развиване на 21 като сбор от степени на двойката е:

$$21 = 2^0 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^2 \cdot 1 + 2^3 \cdot 0 + 2^4 \cdot 1 = 1 + 4 + 16$$



Фигура 2. Шаблон с пет карти с 31 числа във формата на кръгове²⁾

За реално приложение на фокуса пред публика е редно числата вътре в самите карти да се разбъркат. Така няма да си личи, че в тях има някакъв шаблон, и ще изглеждат като произволни. Самите карти също няма нужда да се подават в точно тази последователност. За представянето трябва да се направи така, че визуално всичко да изглежда хаотично и безразборно. Единствено важно е кодът на всяка карта да стои отчетливо на точно определено място, за да може фокусникът да го забележи веднага. Например на фиг. 2 е показано как може картите да се оформят като кръгове и кодът да се прикрие, като се използват курсиви, удебелявания и различни големини на шрифта.

От гледна точка на обучението, първоначално е естествено учителят да представи оригиналния фокус, а след това в духа на изследователския подход да остави децата да се опитат да разгадаят тайната му, като периодично им подсказва и ги насочва. Обобщението на наученото идва накрая, като е целесъобразно да се направи в последователни стъпки с първоначално разглеждане на по-прост случай, който да бъде надграждан. Най-елементарният вариант е с опростяване на задачата до две карти с три числа и два кода. Тогава картите ще изглеждат както на фиг. 3.



Фигура 3. Шаблон за две карти с три числа

Ако играчът посочи само първата карта, това означава, че се търси число, което присъства само в нея, а това очевидно е числото 1. Ако той посочи само

втората карта, значи избраното от него число е 2. Ако посочи и двете карти, фокусникът събира двата кода, т.е. избраното число $1+2 = 3$. Тук обикновено следва „аха-моментът“ и учениците веднага разбират как се прави. Въпреки това е добре да се представи и втора задача с три бита, с която да се покаже насока за това как се изготвят самите карти (фиг. 4).

| | |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 5 | 7 |

| | |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 6 | 7 |

| | |
|---|---|
| 4 | 5 |
| 6 | 7 |

Фигура 4. Шаблон за три карти със седем числа

Фокусът е широко прилаган в обучението по информатика за ученици по целия свят. В научната литература се среща като предложение с вариант от 4 карти в (Kruse 2003). В (Curzon & McOwan 2008) той се споменава като един от множество фокуси, които са показвали в тяхно 3-часово шоу за мотивиране на ученици към изучаване на компютърни науки, а в (Garcia & Ginat 2012) е споменат като един от шест възможни математически фокуса, които могат да се използват в обучението по информатика. В (Blasco Contreras et. al 2016) е представен вариант с четири карти като интерактивен уебсайт, в който играчът си намисля хранителен продукт и посочва на кои карти с картинки се намира той – зад всяка храна, естествено, се кодира точно определено число. В (Yingprayoon 2019) фокусът е описан заедно с още една популярна задача за претегляне на монети и намиране на фалшивата сред тях. При (Ferreira & Dos Santos 2020) също е препоръчан като един от пет фокуса. В интернет се среща в множество уебсайтове, повечето на образователна тематика. Като цяло, фокусът е много популярен, а учители и университетски преподаватели често се възползват от него.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 |
| 2 | 2 | 3 | 6 | 7 | 10 | 11 | 14 | 15 | 18 | 19 | 22 | 23 | 26 | 27 | 30 | 31 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 12 | 13 | 14 | 15 | 20 | 21 | 22 | 23 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 4 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 5 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

Фигура 5. Магическа таблица от учебника на Николов и Сендова (1989)

С патриотично задоволство може да се отбележи, че същият фокус е бил използван в учебник по информатика в България значително по-рано – още през 1989 г. в учебника (Nikolov & Sendova 1989). Изданието е предназначено за извънкласна работа и е базирано на учебника за първи (сегашен пети) клас на ПГО, за който вече беше споменато. На страница 159 авторите показват на

учениците „магическа таблица“. На фиг. 5 тя е представена обърната на 90° . В нея има подредени числата от 1 до 31. Децата си намислят число в това множество и трябва да посочат в редове къде се намира то. Програма на LOGO, приложена към учебника, впоследствие отгатва числото им. Това, разбира се, е просто вариант на фокуса на Lindhorst. Разликата с оригиналните карти реално е добавеният първи стълб с числа, които всъщност отразяват номер на реда (по аналогия с представения преди това вариант това е номер на картата) и не променя същината. От учениците се изисква да превърнат числата от таблицата в двоични и да потърсят закономерност, с която да разгадаят как работи фокусът. Именно това е и изследователският елемент в задачата.

В друга задача по същата тема в учебника учениците трябва да направят собствена по-голяма магическа таблица по аналогия. С това упражнение се потвърждава, че те наистина са разбрали как работи фокусът. На стр. 160 в същия учебник се показва комбинаторната игра Nim. Авторите показват печелившата стратегия за победа чрез кодиране с двоични числа.

3. Предложение за подобрене, вдъхновено от статия на Кирил Банков

Разгледаният математически фокус, разбира се, е добър, вече утвърден и атрактивен пример за пораждање на когнитивен дисонанс към изучаване на основни свойства от урока за числата и техните представяния. Въпреки това по мнение на автора при класическото му приложение има един основен методически недостатък – при картите от фиг. 1 и фиг. 2 всъщност се оказва, че в демонстрацията се работи единствено с десетични числа. По този начин не става нагледно ясно от самото начало, че се използва именно двоична бройна система – тя остава зад кадър и реално фокусникът прави представлението си, без да брой двоично. Така някои ученици оценяват положително самия фокус, но не успяват да разберат защо им е нужно да смятат със степени на двойката, след като е напълно достатъчно просто да съберат готовите десетични кодове. Така знанията за двоичната бройна система за пореден път се налага да бъдат принудително привнесени наготово, а не да бъдат преоткривани от самите ученици. От това се намалява изследователският дух на задачата.

В учебника (Nikolov & Sendova 1989) авторите частично са компенсирали този елемент, като директно инструктират учениците да търсят тайната на фокуса чрез превръщане на числата в двоична бройна система, т.е. при тях не се показва лесното и бързо решение с десетичните числа. Това е работещо решение, но този вариант на задачата е неподходящ за употребата ѝ като встъпителен за темата елемент, който да породи когнитивен дисонанс от самото начало. Действително учениците трябва да са предварително запознати с двоичната система, за да могат да я приложат в решението на изследователската задача. По-добър за изследователския подход вариант на задачата би бил тя да провокира изучаването на двоичната бройна система, а не да упражнява нейното приложение.

Тук отново със задоволство може да се отбележи за още една българска следа, свързана с този фокус. В (Bankov 1982) той е представен в малко по-различен вариант. Ето как авторът директно въвежда читателите в проблемна ситуация с него:

Когато бях малък, силно впечатление ми правеше следният фокус. Един мой познат, който беше изучавал сериозно математика, поставяше на масата пет карти. На тях бяха написани целите числа от 1 до 31, а най-отгоре бяха нарисувани по три кръгчета, които играят ролята на код. Аз трябваше да си избира едно от тези три числа и да кажа в кои от картите е написано то. Тази информация беше достатъчна на „фокусника“, за да познае числото, което бях избрал.

По-нататък Банков обяснява същината на фокуса, как се смята с двоични числа, как се превръщат в десетични и обратно. Накрая представя предложение за кодиране на букви от азбуката и поставя четири доста предизвикателни допълнителни задачи към читателите на списанието (едната от които е за изучаване на троична бройна система). Примерните карти от статията (Bankov 1982) са показани на фиг. 6. По същество същите карти, но с разбъркан ред на числата вътре в тях, са показани на фиг. 7.

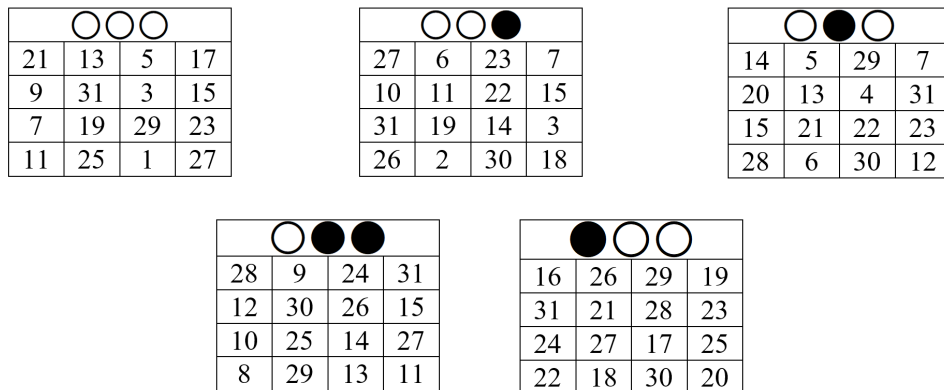
От педагогическа гледна точка, новият елемент в този вариант на задачата се крие зад явното обозначаване на двоичния код чрез поставените в началото на картите кръгове. Зад празните стои изключен бит (0), а черните представляват включен (1). Така на първия ред в съответните карти са закодирани двоичните кодове 000, 001, 010, 011 и 100, които представляват съответно десетичните числа 0, 1, 2, 3 и 4. Тези десетични числа, от своя страна, се използват като степен на двойката, за да се получат крайните кодове 1, 2, 4, 8 и 16.

Явната демонстрация, че в картите има таен код, разбира се, отнема от ефекта на изненада във фокуса. Вместо извиканият участник да бъде афектиран силно и да не може да разбере как е направен номерът, той вижда явно, че картите са белязани и точките очевидно подсказват нещо на фокусника. За едно магическо представление това, естествено, би било нежелателно, защото потенциално може да издаде тайната. В обучението по информатика в училище целта всъщност е точно обратната – учителите целенасочено желаят да разкрият тайната пред учениците си и да ги учат чрез нея! Тази явна подсказка насочва

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ○○○ | ○○○ | ○○○ | ●○○ | ○○○ |
| 8 | 1 | 2 | 16 | 4 |
| 9 | 3 | 3 | 17 | 5 |
| 10 | 5 | 6 | 18 | 6 |
| 11 | 7 | 7 | 19 | 7 |
| 12 | 9 | 10 | 20 | 12 |
| 13 | 11 | 11 | 21 | 13 |
| 14 | 13 | 14 | 22 | 14 |
| 15 | 15 | 15 | 23 | 15 |
| 24 | 17 | 18 | 24 | 20 |
| 25 | 19 | 19 | 25 | 21 |
| 26 | 21 | 22 | 26 | 22 |
| 27 | 23 | 23 | 27 | 23 |
| 28 | 25 | 26 | 28 | 28 |
| 29 | 27 | 27 | 29 | 29 |
| 30 | 29 | 30 | 30 | 30 |
| 31 | 31 | 31 | 31 | 31 |

Фигура 6. Примерни карти за математически фокус от Банков (1982)

вниманието на обучаваните именно към побитовото представяне на закодираните числа, т.е. ще бъде право в целта на урока. С такава постановка учениците са поставени в проблемна ситуация да разгадаят кодовете сами, т.е. те са в условия на изследователски подход в обучението.



Фигура 7. Примерни карти за математически фокус с явен код и разбъркани числа

Трябва да се отбележи, че поставена по този начин, задачата става изключително адаптивна от методическа гледна точка. След като учителят даде на учениците шаблоните от фиг. 7, той може да ги остави да се опитат да разгадаят тайната сами. Ако те не се справят, може да покаже шаблоните със сортирани числа – например както е на фиг. 6. Ако и това не им помогне, учителят може да използва шаблона от фиг. 1, да обясни каква е тайната в него, и да предизвика учениците да се опитат да направят връзка между вече известните за тях десетични кодове и точките от първоначалните карти. По този начин учителят подсказва постъпково и се стреми да накара колкото се може повече ученици да преоткрият самостоятелно поне част от решението на задачата.

4. За свободата в използването на помощни средства

Има още един методически проблем, за който учителите несъмнено трябва да са подготвени. Учениците в гимназиална степен вече имат изграден навик да търсят готови решения в интернет на поставените пред тях задачи, вместо да се потрудат да се справят с предизвикателствата сами. Това не е непременно лошо, защото по този начин се развиват уменията им да търсят и намират информация, а това са ценни качества в информационното общество по практически всички професионални направления. Достигането до бърз и точен отговор се цени високо от всички работодатели. Проблемът е, че по време на обучението така не се стимулират изследователският подход и самостоятел-

ното преодоляване на трудности, не се развива евристичната мисловна дейност и постепенно учениците стават мързеливи и неинициативни – действат припряно, нетърпеливи са да достигат незабавно до отговорите на въпросите, и при достигане до трудна задача, за която не намират бързо решение, те буквално се отказват.

От гледната точка на обучението по информатика това би означавало, че с прекомерното търсене и намиране на готови решения на проблемите учениците се оформят като програмисти, които могат само да сглобяват набори от модули с готови чужди решения, а не стават истински софтуерни инженери, които могат да разрешават принципно нови и нерешени задачи. По-ценни за пазара на труда, разбира се, са вторите и не би било добре ако този изследователски дух се потиска в училище. Затова прекомерната свобода във възможността да се търсят готови отговори на проблемите в интернет по време на учебните часове, може би довежда до повече вреда, отколкото полза. Личното мнение на автора е, че търсенето на шаблонни решения на задачите следва да се толерира, но едва след като вече е помислено достатъчно задълбочено и вече е намерено някакво елементаризирано и наивно, но задължително авторско решение на задачите. Авторът препоръчва това да е цялостен методически подход в обучението по информатика и задачите от различните теми да се решават в следната последователност:

- учениците се поставят в проблемна ситуация;
- в условия на екипна работа и диалогичен процес се формулират техни хипотези;
- хипотезите се изпробват и се намират решения (възможно частични, елементаризирани и дори наивни);
- извършва търсене на информация в интернет за цялостните, изчерпателни и утвърдени решения на поставения проблем;
- учителят обяснява, синтезира и обобщава намереното.

Този подход може да бъде наречен „проблем – изследване – изпробване – сверяване – обобщаване“. Той има очевидното предимство, че учениците мислят активно върху проблемите, а не са само консуматори на решенията им. Също така ги учи, че намирането на просто някакво решение невинаги е най-добро и невинаги е правилно.

Конкретно за предложената встъпителна задача за двоична бройна система препоръката е доколкото се може повече учениците със собствени усилия да се потрудат да разгадаят тайната на фокуса, т.е. да не им бъде позволено от самото начало да търсят готови решения в интернет, преди да са формулирали собствени хипотези. Чак когато се направят предположения и се направят опити (евентуално с активна помощ и постъпково подсказване от страна на учителя), може да бъде насърчено да се потърси в интернет (или в учебна литература) професионално описано решение,

което съответно да бъде обсъдено подробно и върху което учителят да направи обобщение на наученото.

5. Заключение

Разгледаният математически фокус е само един пример за това как принципно скучна за учениците тема от учебниците по информатика, която често в България се преподава само с представяне на математически сметки, би могла да бъде превърната в забавно и интерактивно взаимодействие между учител и ученици, в което да се постави още в самото начало атрактивна проблемна ситуация и да се насърчи изследователският подход в обучението. Всеки учител би могъл спокойно да намира и прилага подобни методи за обучение в своите учебни часове, без значение по кой учебник формално се работи и какво съдържа той. Остава отворен въпросът дали е необходимо подобен стил на преподаване да бъде насърчаван и в самите учебници. Имам положително мнение по този въпрос и смятам, че статията (Bankov 1982) със съвсем леки модификации би могла да бъде използвана директно като първи урок от учебник по темата за числата и техните представяния и това отговаря на актуалната учебна програма по информатика за VIII клас.

Относно практически насочените задачи игри по информатика, каквито са ползвани навремето в ПГО, авторът е напълно убеден, че е наложително техният дух да бъде възроден като традиция в българските училища и те да бъдат наложени в близко бъдеще. Решаването на дълги поредици от математически задачи със сметки, от които няма директно очевидно практическо приложение, е отегчаващо за учениците и ги отблъсква от споменатите теми в този иначе изключително прагматичен учебен предмет. Хипотезата на автора е, че стимулирането на изследователски подход на обучение чрез пораждаване на когнитивен дисонанс с въвеждане на занимателни задачи с фокуси, игри или софизми още в самото начало на уроците е вероятно най-плодотворното решение за стимулиране на любопитството и засилването на мотивацията за учене при ученици от гимназиален етап.

БЕЛЕЖКИ

1. Учебна програма по информатика за VIII клас (общообразователна подготовка). От учебни програми за VIII клас в сила от учебната 2017/2018 година, утвърдени със Заповед No PД09-301 от 17.03.2016 г.
2. CS for All Teachers – Binary Circles “Magic Trick”
<https://www.csforallteachers.org/resource/binary-circles-magic-trick>
Последно посетен на 10.11.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

- АЗЪЛОВ, П., 2019. Архивите разказват за първите състезания по информатика. *Математика и информатика*, **62**(1), 11 – 30.
- АНГЕЛОВ, А. И., ГЪРОВ, К. & ГАВРАИЛОВ, О., 1987а. *Информатика за 10. клас на ЕСПУ*. Народна просвета, София.
- АНГЕЛОВ, А. И., ГЪРОВ, К. & ГАВРАИЛОВ, О., 1987б. *Информатика за 11. клас на ЕСПУ*. Народна просвета, София.
- АНГЕЛОВ, А. М. & ПЕТРОВ, П., 1986. *Микропроцесорът – сърцето на микрокомпютъра*. Техника, София.
- БАНКОВ, К., 1982. Тайната на един фокус. *Математика*, Издание на ЦК на ДКМС, **8**, 29 – 34.
- БОГДАНОВ, Д., БЪРНЕВ, П., ВАСИЛЕВ, В. & СЕНДОВ, Б., 1966. *Електронни сметачни машини*. Техника, София.
- БОЙЧЕВА, С. НИКОЛОВА, Н., СТЕФАНОВА, Е. & ДЕНЕВ, А. *Информатика за 8. клас*. Просвета, София.
- БЪРНЕВ, П. & АЗЪЛОВ, П., 1978. *Алгоритми*. Народна просвета, София.
- БЪРНЕВ, П. АЗЪЛОВ, П., ДОБРЕВ, Д. & БИСТЕРОВ, Ц., 1987а. *Информатика за 10. клас на ЕСПУ*. Народна просвета, София.
- БЪРНЕВ, П. АЗЪЛОВ, П., ДОБРЕВ, Д. & БИСТЕРОВ, Ц., 1987б. *Информатика за 11. клас на ЕСПУ*. Народна просвета, София.
- БЪРНЕВ, П., АЗЪЛОВ, П., ДОБРЕВ, Д., БИСТЕРОВ, Ц., ЗАПРЯНОВ, З., ГЕРОВ, Г., ГАВРАИЛОВ, М., ... & КАРЛОВ, Е., 1989. *Информатика за 9. клас на ЕСПУ*. Народна просвета, София.
- ГРОЗДЕВ, С. & ДЕКОВ, Д., 2014. Учене чрез открития – нов ефективен подход в ученето чрез експериментиране. *Математика и информатика*, **57**(6), 568 – 585.
- ГЪРОВ, К., 2006. *За новото учебно съдържание по информационни технологии в прогимназиален етап на българското училище*. Национална конференция „Образованието и информационното общество“, Пловдив.
- ГЪРОВ, К., 2010. *Задачите в обучението по информатика и информационни технологии*. Национална конференция „Образованието и информационното общество“.
- МАНЕВ, К., МАНЕВА, Н. & ХРИСТОВА, В., 2017. *Информатика за 8. клас (общообразователна подготовка)*. Изкуства, София.
- МОМЧЕВА, Г., ГЛУШКОВА, Т. & МАРИНОВА, Р., 2017. *Информатика за 8. клас*. Анубис и Булвест 2000, София.
- НИКОЛОВ, П., ГЕОРГИЕВ, Л. & МАДОЛЕВ, В., 2007. *Психология на университетското обучение*. Университетско издателство „Неофит Рилски“, Благоевград.

- НИКОЛОВ, Р. & СЕНДОВА, Е., 1989. *Информатика за начинаещи, втора част*. Народна просвета, София.
- НИКОЛОВА, М., 2012. *Проблемно базираният и проектния подход в обучението по информационни технологии – необходимост и възможности*. Монография, Абатар, Велико Търново.
- ПАВЛОВА, Н. & МАРЧЕВ, Д., 2021. Игри в обучението по математика и природни науки. *KNOWLEDGE – International Journal*, **46(2)**.
- РАХНЕВ, А., ГЪРОВ, К. & ГАВРАИЛОВ, О., 1985. *Ръководство за извънкласна работа по информатика на базата на езика БЕЙСИК*. Издателство на МНП, София.
- СЕНДОВ, Б., АНГУШЕВ, Г., БОЯДЖИЕВ, Т., ВЪЛЕВ, С., ГЛОВНЯ, М., КОЮМДЖИЕВА, М., МЛАДЕНОВ, Т., ... & ЯНАКИЕВ, М., 1984. *Учебник за второ отделение, втора част*. ДП „Балкан“, Проблемна група по образованието при БАН.
- СЕНДОВ, Б. & НОВАЧКОВА, Р., 1985. *Език и математика (експериментален учебник) за първи прогимназиален клас*. ДП „Балкан“, Проблемна група по образованието при БАН.
- СТОЯНОВА, М., ТУПАРОВА, Д. & САМАРДЖИЕВ, К., 2018. *Теоритите за учене и игровизацията в обучението*. XI национална конференция „Образованието и изследванията в информационното общество“, Пловдив.

REFERENCES

- ASENOVA, P., 2015. Supporting the Bulgarian Young Talent in the Field of Informatics. *Serdica Journal of Computing*, **9(3 – 4)**, 269 – 280.
- BLASCO CONTRERAS, F., DURAN, M. & SIMON, S., 2016. *Using Mysteries of Magic to Engage Students in the Learning Process*. Proceedings of Ikasnabar-Guide 2016 International Conference, Spain.
- CURZON, P. & MCOWAN, P. W., 2008. *Engaging with computer science through magic shows*. Proceedings of the 13th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education – ITiCSE '08.
- DICHEVA, D., NIKOLOV R., SENDOVA E., 1997. *School Informatics in Logo Style: a Textbook Facing the New Challenges of the Bulgarian Informatics Curriculum*, Proceedings of the Sixth European Logo Conference, Budapest, Hungary, 234 – 239.
- FERREIRA, H. S. & DOS SANTOS, D. F., 2020. Abracadabra: mathematics in a magic trick. *South Florida Journal of Development*, **1(3)**, 122 – 127.
- GARCIA, D. D. & GINAT, D., 2012. *DeMystifying computing with magic*. Proceedings of the 43rd ACM Technical Symposium on Computer Science Education – SIGCSE '12.

- KRUSE, G., 2003. "Magic numbers" approach to introducing binary number representation in CSO. Proceedings of the 8th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education – ITiCSE '03.
- LINDHORST, W. L., 1937. *Modern Magic; Tricks for Boys and Girls*. Reilly & Lee Company.
- YINGPRAYOON, J., 2019. *Teaching Binary Number Concepts using Mathematic Magic Card Trick*. ATCM 2019, Leshan, China.

APPLICATION OF THE INQUIRY BASED LEARNING APPROACH IN INFORMATICS EDUCATION WITH A POPULAR MATHEMATICAL MAGIC TRICK (A NEW LOOK AT OLD IDEAS)

Abstract. "Integers and their representation" is the first section from the curriculum for 8th grade high school Informatics education in Bulgaria. The main topic in it is the study of binary numbers. The research shows that the current Bulgarian textbooks have excessive amount of mathematical problems and very few have direct practical applications. Furthermore, they do not use sufficiently the inquiry-based learning approach in the lesson and there are no introductory problems aimed in forcing cognitive dissonance. Good examples on how it can be done in constructivist way are given in the '80s textbooks from the experimental Research Group on Education. The article then presents a popular magic trick for teaching binary numbers by the inquiry-based learning. The author provides methodology for its more effective usage as introductory problem for the lesson. The conclusion is that Informatics lessons should use more practical problems with games, tricks and sophisms.

Keywords: informatics; binary numbers; magic trick; gamification

✉ **Dr. Philip Petrov, Assist. Prof.**
Researcher ID (Web of Science): K-6931-2017
ORCID iD: 0000-0003-4902-6220
Sofia University
Faculty of Mathematics and Informatics
5, James Bourchier Blvd.
Sofia, Bulgaria
E-mail: philip@abv.bg