

*Research Insights  
Изследователски проникновения*

## **ОПТИМИЗИРАНЕ НА СЪВРЕМЕННИЯ УРОК ПО МАТЕМАТИКА С ПОМОЩТА НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ПРОБЛЕМНИ СИТУАЦИИ**

**Валентина Чилева**

*Югозападен университет „Неофит Рилски“*

**Резюме.** Съвременният урок по математика в началните класове представлява креативна, иновативна и интерактивна форма за организация на учебно-възпитателната дейност на учениците. Това налага използването на похвати за обучение, които в оптимална степен да повишат ефективността на учебно-възпитателния процес. Настоящата статия разглежда възможността проблемните ситуации да се използват като средство за оптимизиране на съвременния урок по математика. Диагностицират се знанията на ученици в трети клас, усвоили учебното съдържание в проблемноситуационна среда, като се установява ефектът от проблемните ситуации върху усвояването на математическото учебно съдържание.

*Ключови думи:* оптимизиране на урока по математика; творчески задачи; проектна дейност; проблемна ситуация

През последните десетилетия се появяват множество световни тенденции, свързани с организацията и съдържанието на образователния процес и педагогическото общуване. Настъпват промени в приоритетите и дейността на учителя и учениците. Педагогическите подходи се ориентират все повече в замяна на репродуктивната и инструктивната дейност с творческо-изследователска, като се поставя акцент върху активната роля на ученика. Педагогическият процес се стреми да осигури възможности за свободна изява и формиране на рефлексивно поведение.

Върху проблема за организиране на урока по математика в началните класове работи Я. Стоименова. Според нея „съвременните технологични варианти за организиране и практическо осъществяване на обучението (като цяло), и в частност на това по математика в I – IV клас, следва да отразяват неразривната връзка и взаимната обусловеност на дейността на учителя и дейността на учениците“ (Stoimenova, 2007: 5).

В основата на организирането на съвременния урок по математика стои учебното съдържание. Учебното съдържание по математика се характеризира с

определена абстрактност и дълбока логика. Мисленето на учениците в началните класове е предимно нагледно-образно, което затруднява осмислянето на логическите връзки и зависимости на математическите знания. Тези обстоятелства налагат в урока по математика да се съчетае рационалният с емоционалният елемент, така че да се постигне оптимално благоприятна среда за усвояване на учебното съдържание. От тук произтича и необходимостта съвременният урок по математика в началните класове да бъде оптимизиран с такава съвкупност от методи и подходи, която да осигури ефективно възприемане на математическите знания.

Съществуват няколко предпочитани от педагозите похвати, с които те оптимизират съвременния урок по математика – организиране на творческа дейност, разработване на учебни проекти и решаване на математически проблемни ситуации.

Въпросът за организирането на математическа творческа дейност и решаване на творчески задачи е разработен задълбочено от Я. Стоименова. Според нея „творчеството е съзидателна дейност с голяма обществена стойност. В нея се откриват нови начини за решаване на съществуващи проблеми“ (Stoimenova, 2005: 26). Я. Стоименова определя като съществен признак на творчеството наличие на нов продукт или откриване на нов и непознат начин за решаване на задачи. В учебно-възпитателния процес по математика творческата дейност се изразява в решаване на различни видове творчески задачи. Усвояването на знания за четирите аритметични действия, геометрични знания или знания за работа с именувани числа става неусетно, когато учениците допълват, преобразуват или съставят математически задачи. Творческата дейност оказва влияние върху съзнателното възприемане на учебното съдържание по математика.

Друг похват за оптимизиране на урока по математика в началните класове е изготвянето на учебни проекти от учениците в съответния клас. И. Стаменова определя проектите като групово или индивидуално творческо задание, което е насочено към получаването на определен продукт. Според нея „проектната дейност дава възможност на учителя да организира учебната работа на обучаващите се, съобразявайки се с интересите и способностите им. Той създава и условия, чрез които те да придобият навика самостоятелно да търсят, анализират, систематизират и обобщават определена информация“ (Stamenova, 2018: 70).

Добре познат похват за оптимизиране на учебната дейност в урока по математика в началните класове е решаването на проблемни ситуации.

Концепцията за осъществяване на проблемност в обучението не е нова. Нейните източници биха могли да се открият в прочутия Сократов метод за откриване на истината или у Дистервег и някои негови предшественици.

В педагогиката понятието проблем се свързва главно с термина учебен проблем. Учебният проблем, познат под името проблема, представлява

учебно-възпитателна проблемна ситуация. Учебните проблеми обикновено се поставят еднократно от самия учител. Те нямат статут на научни проблеми, защото предхождащата ги информация е в пъти по-малка от тази, която опосредства научните проблеми. Освен това в основата на учебните проблеми стоят вече известни на науката знания. От педагогическа гледна точка, най-общо проблемът се разглежда като система от недостатъчни данни. В. Окон смята, че „учебният проблем представлява практическа или теоретична трудност, чието решение е резултат от собствената изследователска активност на ученика. Фонът на тази трудност обикновено е целесъобразно организираната ситуация, в която ученикът се стреми към преодоляване на трудностите и по такъв начин придобива нови знания и опит“ (Окон, 1968: 67).

Когато една ситуация създава усещането за дискомфорт, невъзможност за бързо решаване, усещане за проблем у субекта, тогава тя може да се категоризира като *проблемна ситуация*. Редица автори дават определение за проблемна ситуация. Според В. Пушкин „човек трябва да извърши някаква съвкупност от действия, да реши тази или онази задача, обаче наличните условия не му показват начина за решаването ѝ и целият арсенал от минал опит не съдържа никаква готова схема, която би била пригодна за дадените условия. За да намери изход от подобна ситуация, човек трябва да създава нова, липсваща по-рано у него стратегия на действие, т.е. да извърши акт на творчество. Такава ситуация се нарича проблемна, а психичният процес, с помощта на който се решава проблемата, се нарича продуктивно мислене или ако се употреби терминът на Архимед – евристична дейност“ (Pushkin, 1967: 4).

Прилагането на проблемни ситуации в учебно-възпитателния процес е свързано с т. нар. дидактическа проблемност. Учебните проблеми, които се решават в процеса на обучение, се отличават със своята условност или още „изкуственост“. Тази условност е породена от съобразяването им с целите и съдържанието на обучението, равнището на подготвеност на учениците и други дидактическите изисквания. Това по никакъв начин не намалява стойността на дидактически проблемни ситуации, а напротив – засилва я, защото ги превръща в тясно специализирани.

Употребата на проблемни ситуации в обучението подтиква ученика да престане да бъде пасивен консуматор на знания. Определен обем от знания той придобива чрез собствената си познавателна дейност, като наред с усвояване на готови изводи на науката му се предоставя възможността да извършва едни или други операции и да прави достъпни за него открития. С помощта на проблемните ситуации според М. Махмутов учителят, „давайки необходимите насоки, организира учебната дейност на учениците така, че върху основата на анализа на фактите те самостоятелно да правят изводи и обобщения, да формулират (с помощта на учителя) определения на понятия, правила или самостоятелно да прилагат известните им знания в нова ситуация“ (Mahmutov, 1975: 82).

Ефективността на проблемните ситуации като средство за оптимизиране на съвременния урок по математика в началните класове подлежи на диагностична проверка. Проверяват се знанията на учениците, усвоени с помощта на проблемно ситуационно присъствие по специално създадена система от критерии и показатели.

С цел диагностициране на математическите знанията на ученици, при които урокът по математика е оптимизиран с помощта на проблемни ситуации, е проведен дидактически експеримент. Експериментът обхваща четири класа – два експериментални и два контролни, и се проведе в СУ „Иван Вазов“, СУЧЕ „Св. Климент Охридски“ и СУ „Арсени Костенцев“ – Благоевград. Изборът на класове, които да участват в дидактическия експеримент, е осъществен на база диагностично изследване, което да установи наличните знания и умения, с които учениците постъпват в трети клас.

За целта на изследването е приложена диагностиката на Г. Бижков (1995) за резултати от обучението по математика. На учениците е предложен дидактически тест (приложение 1), съдържащ определени математически задачи. Всеки тест се проверява чрез система от показатели, групирани в две равнища. Първо равнище включва показатели за установяване на основни математически знания и умения. Второ равнище включва показатели за творческо прилагане на знанията. Двете равнища, първо и второ, съдържат в себе си показатели за двата основни аспекта в процеса на решаване на проблемни ситуации, наличие на основни математически знания и творчески подход в прилагането на тези знания.

Оценяването на отделните показатели се осъществява с помощта на тристепенна скала. Първа степен от скалата – „не знае“, се отнася за задачи, които са решени напълно грешно или ученикът е отказал да реши. Втора степен – „изпитва колебание“, се отнася за случаите, в които ученикът е използвал правилно алгоритъма за изчисление, но не е пресметнал вярно или не е успял да реши правилно всички зададени подусловия. Трета степен – „знае“, е показател, че ученикът е приложил правилния алгоритъм за решаване, пресметнал е вярно и е решил всички предоставени подусловия.

След оценяването на всеки показател със съответното равнище се намира средната аритметична величина за отделните показатели, за показателите в отделните равнища и общо за равнищата. Използва се формулата за средна аритметична величина за изчисляване резултатите на всеки отделен клас

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \text{ където } \bar{x} \text{ е средната аритметична величина; } x_i \text{ са значенията на}$$

признака, по които се прави осредняването при  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $N$  е обемът на изучаваната съвкупност, включващ единиците, попадащи в нея.

След изчисляване на средните величини получените резултати се превръщат в оценки по шестобалната скала. Това става, като всяка средно аритметична величина се умножи по 2 (Vijkov, 1988).

Резултатите, получени в процеса на обработване на дидактическите тестове, са посочени в обобщена таблица в приложение 2.

След анализиране на получените данни се установява, че равнището на математически знания на експерименталните и контролните класове е близко. Това дава основание да се смята, че постигнатите в края на експерименталното обучение резултати ще притежават висока степен на достоверност. Същевременно с проведеното изследване се установява добра познавателна основа, която позволява разгръщането на целия потенциал на приложената впоследствие методическа система в експерименталните класове.

В хода на дидактическия експеримент в два от избраните класове е проведено проблемно базирано обучение, осъществено с помощта на творчески задачи и проблемни ситуации (фиг. 1).



**Фигура 1.** Технологичен модел за изграждане на умение за решаване на математически проблемни ситуации

*Подготвителният етап* при изграждането на умения за решаване на математически проблемни ситуации се характеризира с прилагане на упражнения

с творчески характер за усвояване на конкретно математическо съдържание. През този етап се цели актуализиране знанията на учениците за решаване на съответните алгоритмични задачи под формата на числови изрази, текстови задачи, геометрични задачи и др. През този етап се предлагат упражнения за съставяне и решаване на задачи с ниска степен на творческо съдържание, които да изградят умения за възприемане на математическата проблемна ситуация, създаване на образ на ситуацията и дефиниране на ситуацията като проблемна.

*Въвеждащият етап* в усвояването на умения за решаване на проблемни ситуации по математика е насочен към прилагането на упражнения със средна степен на творческо съдържание, с които се изгражда уменията за разбиране на проблемната ситуация. Първоначално се прави сравнение между обикновена и проблемна задача, като се анализират текстовото и числовото съдържание и се наблегне на различния тип взаимоотношения между обектите в различните задачи. Основната цел на сравнението е да посочи на учениците, че задачите с проблемен характер притежават по-различна структура от познатите им вече задачи. Проблемните задачи изискват прилагането на перспектива, различна от тази, която учениците са усвоили. След това, с помощта на аналитико-синтетичен разбор учениците усвояват умения за определяне източника на проблемност. Именно този източник ще ги насочи в процеса на изграждане на хипотеза. По време на въвеждащия етап учениците се учат да съставят хипотези, основани на наличните данни и взаимоотношения. С помощта на беседа учителят подпомага процеса на хипотезиране.

На *затвърждаващия етап* при изграждането на умения за решаване на математически проблемни ситуации на учениците се предлагат различни проблемни задачи с висока степен на творческо съдържание. На този етап степента на трудност нараства в сравнение с предишните етапи, което изисква прилагането на стратегии в процеса на решаване. Учениците усвояват умения и за проверка на получените решения в резултат от прилагането на една или друга стратегия. Те усвояват не само умения от цялостния процес на решаване на проблемни ситуации, но и нова перспектива на възприемане и анализиране.

За измерване на математическите знания в края на дидактическия експеримент на учениците се предложи диагностичен тест с контролно-оценъчен характер (приложение 3).

Резултатите, получени от диагностичните тестове, се класифицират с помощта на модифицирана диагностика по Г. Бижков. Всеки тест се проверява чрез система от критерии и показатели, групирани в три равнища.

Първо равнище включва показатели за установяване на знания и умения, насочени към определено математическо съдържание, които се прилагат

неточно, с допускане на множество изчислителни грешки. Това равнище притежава ниска степен на ефективност на усвоените знания и умения.

Второ равнище включва показатели за установяване на знания и умения, насочени към определено математическо съдържание, които се прилагат вярно и точно с допускане на една или няколко изчислителни грешки. Това равнище притежава средна степен на ефективност на усвоените знания и умения.

Трето равнище включва показатели за установяване на знания и умения, насочени към определено математическо съдържание, които се прилагат вярно и точно без допускане на изчислителни грешки. Това равнище притежава висока степен на ефективност на усвоените знания и умения.

Оценяването на отделните показатели се осъществява с помощта на тристепенна скала.

**Първа степен** от скалата – „не знае“, се отнася за първо равнище на усвоени знания и умения. Това равнище се нарича „ниско“ и се характеризира със задачи, които са решени напълно грешно или ученикът е отказал да реши. По тристепенната скала първо равнище количествено се изразява с числото 1.

**Втора степен** – „изпитва колебание“ се отнася за второ равнище на усвоени знания и умения. Това равнище е познато като „средно“ и обхваща случаите, в които ученикът е използвал правилно алгоритъма за изчисление, но не е пресметнал вярно или не е успял да реши правилно всички зададени подусловия. По тристепенната скала второ равнище количествено се изразява с числото 2.

**Трета степен** – „знае“, е показател за наличие на трето равнище на усвоени знания и умения. Това равнище се определя като „високо“ и е показател, че ученикът е приложил правилния алгоритъм за решаване, пресметнал е вярно и е решил всички предоставени подусловия. По тристепенната скала трето равнище количествено се изразява с числото 3.

Въвеждането на равнища на усвоеност помага за осъществяването на качествен анализ на получените резултати, а техните числови означения съдействат за количествената оценка на придобитите знания.

Възможностите, които предлагат проблемните ситуации за усвояване на учебното съдържание по математика, предполагат развитие не само в количественото възприемане на знанията, но и в качеството на тяхното овладяване. Тази характеристика прави изследването на качествата на знанията много по-интригуващо, отколкото установяване просто на броя усвоени знания.

И. Лернер определя понятието качество като „свойство на обекта, което е устойчиво, постоянно и въплъщава неговите същностни характеристики“ (Lerner, 1978: 9). Авторът представя система от определен брой качества, които да се формират в процеса на усвояване на учебното съдържание. Системата включва следните качества: пълнота и задълбоченост, оперативност и гъвкавост, системност, конкретност и обобщеност, съзнателност и трайност.



Изследването на влиянието, което проблемните ситуации оказват върху усвояването на учебното съдържание по математика в трети клас, се основава на система от критерии и показатели с качествен характер (фиг. 3). Целта е да се проучат качествените изменения, настъпили след решаването на ситуации с проблемен характер, в случаите на усвояване на ново математическо знание или прилагане на вече усвоено такова.



Фигура 3. Система от критерии и показатели за оценяване знанията и уменията на учениците

Първият критерий от системата критерии за оценяване на математическите знания на учениците е *правилност*. Правилността е съответствие на понятията и сжденията, които учениците усвояват в учебно-възпитателния процес, на обективната действителност. Правилността се изследва с помощта на математически задачи с различно учебно съдържание. Оценяването на отговорите на учениците става с помощта на показатели. Основният от тях е вярно прилагане на съответния алгоритъм за пресмятане. Тук се следи за последователното преминаване през отделните стъпки на необходимия алгоритъм. Ако те са изпълнени последователно и ученикът е достигнал до верен отговор, се приема, че качеството правилност е овладяно на високо равнище. В случаите, когато някоя от стъпките на алгоритъма е пропусната или приложена грешно, качеството на знанията правилност се оценява на средно равнище. Съответно, ако целият алгоритъм за пресмятане е приложен грешно или въобще не е приложен, а е написан само отговорът, се смята, че правилността е овладяна на ниско равнище. Важни за наличието на правилност на знанията на учениците са както самият отговор на поставената задача, така и алгоритъмът за нейното решаване.

Вторият критерий от системата критерии за оценяване на математическите знания на учениците е *гъвкавост*. Гъвкавостта на знанията се проявява в готовността на ученика самостоятелно да намира начин за прилагане на знанията в условие на променена ситуация. Бързината, с която учениците намират



нови начини за прилагане на усвоени знания, е показател за гъвкавостта на знанията. Когато става дума за гъвкавост на знанията, се засяга и подвижността на мисловните процеси.

Оценяването на критерия гъвкавост се осъществява с помощта на задача, изискваща преход на знанията от алгоритъм с една математическа насоченост към такъв с друга. Учениците трябва да осъществят бърз преход от един тип математически знания към друг, като се стремят да получат верен отговор. Освен това е поставено допълнително условие да решат задачата по два начина, което налага вариативност на процеса на пресмятане.

Равнищата на усвоеност на гъвкавостта на знанията се определят от нестереотипния подход в решаването и достигане до търсения отговор. В случай че преходът от един вид знания и изчислителните дейности с тях към друг вид знания е осъществен успешно и правилният отговор е налице, се приема, че гъвкавостта е овладяна на високо равнище. При допускане на изчислителни грешки се приема, че бързото преминаване от един подход на пресмятане към друг е затруднено и гъвкавостта е усвоена на средно равнище. Липсата на каквито и да било индикатори на мисловна дейност и прилагане на усвоените знания (отсъствие на алгоритъм за пресмятане, наличие на грешен отговор, липса на отговор) показва наличие на ниско ниво на гъвкавост. Гъвкавостта на математическите знания е тясно свързана с правилността. Правилното прилагане на алгоритмите за изчисление и достигането до правилен отговор индикират за използването на подходящи мисловни процеси в съответствие с предложената ситуация и вариативност на знанията, които, от своя страна, са показател за наличието на гъвкавост.

Третият критерий от системата критерии за оценяване на математическите знания на учениците е *съзнателност*. Съзнателността на знанията се изразява в тяхното осъзнато прилагане. Осмислянето на основанията за прилагането на един или друг алгоритъм за изчисляване е индикатор за наличие на съзнателност. Показатели за наличието на съзнателност са прилагане на подробен алгоритъм за пресмятане и означаване на получения отговор. Присъствието на разгърнато решение на предложените задачи позволява да се проследи мисловната дейност на ученика, а означеният отговор показва, че ученикът знае какво се търси в задачата. При наличие и на двата показателя в отговора на поставените задачи се смята, че съзнателността е усвоена на високо равнище. В случаите, когато задачата е пресметната с помощта на съкратени действия или липсва означен отговор, се смята, че съзнателното усвояване и прилагане на знанията е осъществено на средно равнище. Липсата на означен отговор, а също и на алгоритъм за пресмятане (т.е. отговорът е написан направо без индикатори как е получен) е показател за ниско ниво на съзнателност на усвоените знания.

Четвъртият критерий от системата критерии за оценяване на математическите знания на учениците е *трайност*. Трайността се определя като умение да се запазят продължително време в паметта определени знания. Решаването на задачи е характерен процес, засягащ целия курс на обучение по математика. Усвояването на определени знания и умения по математика се осъществява на основата на други, изучени по-рано. Ето защо от изключителна важност е тези знания да се запазят трайно в паметта на учениците. Трайността е пряко свързана с правилността. Като показател за определяне равнището на трайност на усвоените знания и умения служи умението да се решават конкретен вид задачи, което е усвоено по-рано, и прилагането на същото умение, но с ново математическо съдържание в по-късен етап. Високо равнище на трайност се отчита, когато задачата е решена правилно. Средно равнище на трайност се наблюдава в случаите, когато умението се прилага несигурно и се допускат някои изчислителни грешки. Показател за ниско равнище на трайност е наличието на грешен отговор или отсъствието на такъв.

Съвкупността от критерии и показатели за оценяване развитието на математическите знания съдейства за проследяване качествено равнище на усвоените знания и внася пълнота по отношение на възможностите, които проблемните ситуации предоставят в учебно-възпитателния процес.

След установяване на системата от критерии и показатели, които ще оценят получените през контролния етап резултати, се преминава към анализиране на тези резултати.

Първият критерий, по който се оценяват резултатите на учениците, е правилност. Правилността отчита вярното определяне и прилагане на необходимия за решаване на съответната задача алгоритъм. Резултатите на двата класа по отношение на този показател индикират разлика в процентните съотношения, които се получават от значителните различия в стойностите при средно и ниско равнище на усвоеност на умението да се прилагат правилно математическите знания. Впечатление прави по-големият брой ученици в КК1 (20,83%) и КК2 (10,52%), сравнени с ЕК1(13,63%) и ЕК2 (4,76%), които са усвоили математически знания на средно равнище. Това означава, че съответното знание е усвоено, но то не е пълно или липсват знания за вариативното му прилагане. Много често учениците допускат грешки в пресмятането, като вместо разгърнато, прилагат съответното уравнение съкратено. Това означава, че някои от изчислителните стъпки се пропускат, а дори и забравят, което е предпоставка за допускане на грешки. Немалък е броят ученици от контролните класове (КК1 – 12,5%; КК2 – 15,79%), които прилагат математически знания на ниско равнище. Ниското равнище предполага, че дадено знание не е усвоено. Това равнище е свързано с даването на грешни отговори или с отговори, които са правилни, но не е известно как са получени.

Правилността в употребата на дадено знание, било то и с математически характер, е тясно свързана със съзнателното му приложение. Може да се говори за съзнателна употреба на знания, когато те са ясно изразени в процеса на решаване на дадена задача.

Разгърнатият алгоритъм на пресмятане, присъствието на означени данни или означен отговор са най-честите показатели за наличието на съзнателност в прилагането на конкретни математически знания.

Решаването на проблемни ситуации е свързано със задълбочено изследване на връзките между обектите. Това позволява получените в хода на решаване знания да се възприемат пълно и осъзнато. Сравнително голям е броят ученици от ЕК1 (77,27%) и ЕК2 (61,9%), които прилагат съзнателно математически знания на високо равнище. Този брой за КК1 (58,33%) и КК2 (57,89%) е по-нисък, което означава, че съзнателността в контролните класове присъства, но тя се проявява непълно. Прави впечатление високият процент ученици в контролните класове (КК1 – 29,17%; КК2 – 31,58%), които проявяват съзнателност на математическите знания на средно равнище. Това равнище индикира за пропуски не само в съзнателното прилагане на знанията, но и за наличие на изчислителни грешки, т.е. правилността на знанията също е непълна. Обещаващи са резултатите на експерименталните класове, касаещи ниско равнище на правилност на математическите знания. Процентът ученици, прилагачи на ниско равнище своите знания за ЕК1 (9,09%) и ЕК2 (4,76%), е по-нисък от този за КК1 (12,5%) и КК2 (10,52%). Ниското равнище е показател за знания, които се прилагат по абсолютно грешен начин. Често в тези случаи връзките между обектите не са разкрити и учениците не осъзнават получения отговор. В случаите на прилагане на математически знания на ниско равнище е написан само отговор без алгоритъм за пресмятане и този отговор не е означен.

Съзнателното прилагане на математически знания е тясно свързано с правилната употреба на тези знания. Една от основните цели в процеса на усвояване на математически знания е те да бъдат придобити по съзнателен път, което ще позволи използването им да доведе до верни резултати.

Освен правилна и съзнателна употреба на математически знания е важно учениците да могат да прилагат тези знания в различни по характер ситуации. Това умение е свързано с качеството гъвкавост. Гъвкавостта на знанията проличава в случаите на вариативно прилагане или когато се осъществява бърз преход от един тип знание към друг в рамките на една ситуация.

Сравнително големи са различията в постигнатите резултати по отношение на показателя гъвкавост в двата експериментални и в двата контролни класа. Данните в таблицата показват висок процент ученици в ЕК1 (77,27%) и ЕК2 (85,71%), които притежават гъвкавост на знанията на високо равнище. За контролните класове КК1 (54,17%) и КК2 (52,63%) този процент е чувст-

вително по-нисък. Във връзка с равнището на гъвкавост на знанията, които се прилагат на средно равнище, КК1 (16,67%) и КК2 (31,58%) показват предимство пред ЕК1 (16,63%) и ЕК2 (9,57%). Подобни са резултатите, показващи ниско равнище на гъвкавост на знанията. Процентът ученици от експерименталните класове (ЕК1 – 9,09%; ЕК2 – 4,76%) е по-нисък от този в контролните (КК1 – 20,83%; КК2 – 17,79%). Резултатите следват закономерни стойности. След като броят ученици в експерименталните класове надхвърля броя ученици в контролните класове, които показват гъвкавост на високо равнище, то се очаква на средно и на ниско равнище контролните класове да покажат превес спрямо експерименталните.

Гъвкавостта на усвоените математически знания е от изключително значение за тяхната функционалност. Колкото по-гъвкави са тези знания, толкова по-голямо приложение ще намират в различни по характер ситуации.

Последният показател за оценяване на математическите знания на учениците в края на дидактическия експеримент е трайност. Трайността се разбира като умение за запазване продължително време в паметта на определени знания. За разлика от предишните показатели (правилност, съзнателност и гъвкавост), които се отнасят до манипулиране със знания, усвоени през различен интервал от време, то трайността се свързва с умението за прилагане на знания, с които учениците са се запознали много преди момента на тяхната употреба.

Цялостното представяне на четирите класа по отношение на трайността на математическите знания е добро. Забелязва се лек превес в броя ученици от ЕК1 (81,82%) и ЕК2 (90,48%) в сравнение с КК1 (70,83%) и КК2 (73,68%), които проявяват съзнателност на високо равнище. Това равнище показва, че учениците от експерименталните класове осъществяват трансфер на по-рано усвоени знания в ситуация с нови числови данни по-ефективно от учениците в контролните класове. Удовлетворяващи са резултатите на ЕК1 (9,09%) и ЕК2 (4,76%), които показват по-нисък процент ученици, прилагащи трайно математически знания на средно равнище, сравнени с КК1 (16,67%) и КК2 (15,79%). Средното равнище е свързано с допускане на изчислителни грешки, които са резултат от непълен трансфер на вече усвоените знания. Част от изследваните ученици не осъществяват трансфер на знания, което води до нерешаване на предоставените задачи или до получаването на грешен отговор. В тези случаи налице е ниско равнище на трайност на усвоените математически знания. Ниско равнище на трайност на знанията се забелязва както в експерименталните, така и при контролните класове. Процентът ученици в КК1 (12,5%) и КК2 (10,52%) е по-висок от процента ученици в ЕК1 (9,09%) и ЕК2 (4,76%), които показват ниско равнище на математически знания.

Трайното прилагане на математически знания е свързано с паметовите процеси и осмисля цялостното обучение на учениците по математика. Раз-

нообразните по вид проблемни ситуации позволяват дадено математическо знание да се приложи вариативно и многократно, което е предпоставка за неговото трайно усвояване.

Знанията, които учениците получават с помощта на проблемните ситуации, са пълни и всеобхватни. Те се отличават с висока степен на приложимост и функционалност. Проблемните ситуации в учебно-възпитателния процес осигуряват на учениците информация, която им помага да приложат правилно усвоените знания, като осмислят причинно-следствените връзки между обектите. Процесът на осмисляне на зависимостите между обектите позволява информацията, с която се оперира, да бъде съхранена трайно в паметовото пространство. Веднъж усвоено трайно, дадено знание става широко приложимо в различни по характер ситуации.

Математическите знания, придобити с помощта на проблемни ситуации, притежават висока степен на полезност. Това са знания, с които учениците разрешават проблеми, а проблемите са неизменна част от ежедневието на индивида.

Оптимизирането на съвременния урок по математика изисква използването на богато разнообразие от средства, които да активизират вниманието и паметовите процеси у учениците. Проблемните ситуации, като част от тези средства, осигуряват повишаване интереса на учениците към определено учебно съдържание, а от там и повишаване на възприемателните им възможности. Щом като възприемателните възможности са увеличени, съответно и степента на овладяване на знанията, уменията и навиците е повишена. Високата степен на усвояване, от своя страна, позволява на учениците да развиват своя потенциал изцяло. По този начин се предотвратява възприемането на математическите знания на ниско равнище, което, от своя страна, води до създаването на нестабилна основа за по-нататъшното математическо развитие на учениците.

## Приложение 1

### САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 1. Пресметнете:

39	27	45	6	83
+	+	-	+	-
<u>41</u>	<u>49</u>	<u>19</u>	<u>66</u>	<u>12</u>

---

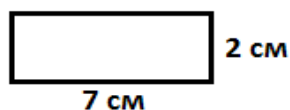
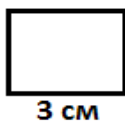
$9 \cdot 4 = \underline{\quad}$   $0 : 8 = \underline{\quad}$   $72 : 8 = \underline{\quad}$   $9 : 1 = \underline{\quad}$   $5 \cdot 0 = \underline{\quad}$

$10 \cdot 1 = \underline{\quad} \quad 48 : 6 = \underline{\quad}$

$49 : 7 + 7 = \underline{\quad} \quad 100 - 54 : 6 = \underline{\quad}$

$25 + (5 \cdot 8) = 83 - (53 - 13) = \underline{\quad}$

Задача 2. Намери обиколката на геометричните фигури.



Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Задача 3. Постапи съответния знак  $>$ ,  $<$  или  $=$ :

$42 - 18 \underline{\quad} 18 + 42$

$2 \cdot 0 + 5 \cdot 1 \underline{\quad} 0 \cdot 9 + 5 \cdot 1$

$2 \cdot 8 \underline{\quad} 8 : 2$

$(1 + 9) \cdot 4 \underline{\quad} 10 \cdot 4$

Задача 4. Намери неизвестното число.

$73 + \square = 100 \quad \square \cdot 7 = 63$

\_\_\_\_\_

Задача 5. В зоологическата градина в Благоевград има 1 мечка, два пъти повече вълци и лисици, с 3 повече от вълците. Колко са животните в зоологическата градина?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Задача 6. Състави текстова задача по дадения числов израз.

$(26 + 17) - 31$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Приложение 2

### Резултати от входяща диагностика на учениците

клас	ПОКАЗАТЕЛИ	III в- VIII СОУ		III в- VI СОУ		III в- VI СОУ		III в- СОУИЧЕ	
показател		$\bar{X}$	оценка в шестобална скала	$\bar{X}$	оценка в шестобална скала	$\bar{X}$	оценка в шестобална скала	$\bar{X}$	оценка в шестобална скала
Първо равнище	1 Записване и подреждане на двуцифрени числа (зад.1)	2,76	5,52	2,9	5,8	2,8	5,6	2,8	5,6
	2 Събиране на числата до 100 без премиване (зад.2 а)	2,67	5,34	2,8	5,6	2,7	5,4	2,7	5,4
	3 Събиране на числата до 100 със премиване (зад.2 б)	2,52	5,04	2,6	5,2	2,5	5	2,6	5,2
	4 Изваждане на числата до 100 без заемане (зад.2 г)	2,48	4,96	2,6	5,2	2,6	5,2	2,8	5,6
	5 Изваждане на числата до 100 със заемане (зад.2 в)	2,38	4,76	2,5	5	2,6	5,2	2,6	5,2
	6 Таблично умножение (зад.2 д)	2,62	5,24	2,8	5,6	2,8	5,6	2,6	5,2
	7 Умножение на число с 1 (зад.2 ж)	2,71	5,42	2,8	5,6	2,9	5,8	2,9	5,8
	8 Умножение на число с 0 (зад.2 и)	2,52	5,04	2,6	5,2	2,7	5,4	2,7	5,4
	9 Таблично деление (зад.2 ж)	2,76	5,52	2,6	5,2	2,7	5,4	2,7	5,4
	10 Деление на число с 1 (зад.2 з)	2,76	5,52	2,8	5,6	2,7	5,6	2,8	5,6
	11 Деление на число с 0 (зад.2 е)	2,67	5,34	2,5	5	2,7	5,6	2,7	5,2
	12 Ред на действията в числов израз със скоби (зад.3 в, г)	2,67	5,34	2,7	5,4	2,7	5,4	2,5	5
	13 Ред на действията в числов израз без скоби (зад.3 а, б)	2,67	5,34	2,9	5,8	2,6	5,2	2,5	5
	14 Сравняване на сбор с разлика (зад.3 а, б)	2,62	5,24	2,7	5,4	2,6	5,2	2,5	5
	15 Сравняване на произведение с частно (зад.3 в, г)	2,67	5,34	2,8	5,6	2,6	5,2	2,6	5,2
	16 Намиране на неизвестно събираемо (зад.6 а)	2,76	5,52	2,8	5,6	2,7	5,4	2,5	5
	17 Намиране на неизвестен събираем (зад.6 б)	2,67	5,34	2,7	5,4	2,5	5	2,4	4,8
	18 Намиране обиколка на триъгълник (зад.4 а)	2,86	5,72	2,9	5,8	2,6	5,2	2,7	5,4
	19 Намиране обиколка на квадрат (зад.4 б)	2,95	5,9	2,9	5,8	2,6	5,2	2,7	5,4
	20 Намиране обиколка на правоъгълник (зад.4 в)	2,86	5,72	2,8	5,6	2,7	5,4	2,7	5,4
общо за класа $\bar{X}$		2,68	5,36	2,7	5,4	2,7	5,4	2,6	5,2
Второ равнище	1 Решаване на съставни текстови задачи (зад.7)	2,71	5,42	2,8	5,6	2,6	5,2	2,5	5
	2 Съставяне на текстова задача по даден числов израз (зад.8)	2,62	5,24	2,7	5,4	2,5	5	2,5	5
общо за класа $\bar{X}$		2,67	5,34	2,7	5,4	2,6	5,2	2,5	5
общо за равнищата		2,67	5,3	2,7	5,4	2,6	5,2	2,6	5,25

## Приложение 3

### САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 1. Пресметнете.

$$350 - 229 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 243 + 659 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 865 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$259 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$



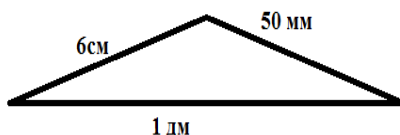
$(431 - 279) + 279 =$  \_\_\_\_\_  $261 : 3 + 54 \cdot 4 =$  \_\_\_\_\_

$555 - 5 \cdot 55 =$  \_\_\_\_\_  $245 + 755 : 5 =$  \_\_\_\_\_

Задача 2. Намерете неизвестното число.

$188 + 205 = 3 \cdot x$     $x : 6 = 66.2 + 2$     $360 + 424 = 7 \cdot x$     $x : 4 = 54.2 + 6$

Задача 3. Определете вида на триъгълника според дължините на страните и според вида на ъглите. Намерете обиколката му.



Според дължините на страните е .....

Според вида на ъглите е.....

Задача 4. Колко минути са изминали?

От 9:14 сутринта до 12 на обяд.....

От 14:30 до полунощ.....

Задача 5. Георги е на 600 км от дома си и се движи с мотор. Той изминава по 75 км всеки ден. Ако тръгне към дома си в сряда, на колко километра от него ще е в неделя вечерта? Колко дни ще са му необходими, за да се прибере в своя дом?

---

Задача 6. Ако умножите две числа и произведението е едно от числата, кое е другото число?

---

### ЛИТЕРАТУРА

Бижков, Г. (1995). *Методология и методи на педагогическите изследвания*. София: Аскони-Издат.

Колягин, Ю. (1977). *Задачи в обучении математике*. Москва: Просвещение.

- Лернер, И. (1978). Качества знаний учащихся. Каким они должны быть? *Знание*, 1.
- Махмутов, М. (1975). *Проблемное обучение*. Москва: Педагогика.
- Менчинская, Н. (2004). *Проблемы обучения, воспитания и психического развития ребенка*. Москва: Московский психолого-социальный институт.
- Оконт, В. (1968). *Основы проблемного обучения*. Москва: Просвещение.
- Пушкин, В. (1967). *Эвристика – наука о творческом мышлении*. Москва: Политиздат.
- Скаткин, М. (1965). *Активизация познавательной деятельности учащихся в обучении*. Москва: Просвещение.
- Стаменова, И. (2018). *Развитие на четивната грамотност на учениците чрез проектна учебна дейност*. София: Образование и познание.
- Стоименова, Я. (2007). *Урокът по математика в I – IV клас. Основни учебни дейности*. Благоевград: Неофит Рилски.
- Стоименова, Я. (2005). *Организация на творческата дейност на учениците в началните класове*. Благоевград: Неофит Рилски.

## REFERENCES

- Bizhkov, G. (1995). *Methodology and methods on pedagogical research*. Sofia: Asconi-Izdat.
- Kolyagin, Y. (1977). *Tasks in learning math*. Moscow: Prosvesthenie.
- Lerner, I. (1978). What is the quality of student knowledge that they should be? *Znanie*, 1.
- Makhmutov, M. (1975). *Problem learning*. Moscow: Pedagogy.
- Menchinskaya, N. (2004). *Problems of education, upbringing and mental development of a child*. Moscow: Moscow Psychological and Social Institute.
- Okont, V. (1968). *Basics of problem-based learning*. Moscow: Enlightenment.
- Pushkin, V. (1967). *Heuristics is the science of creative thinking*. Moscow: Politizdat.
- Skatkin, M. (1965). *Activization of cognitive activity of students in training*. Moscow: Enlightenment.
- Stamenova, I. (2018). *Development of literacy on pupils through project learning*. Sofia: Education and Cognition.
- Stoimenova, I. (2007). *A lesson in mathematics in I – IV class. Basics of learning*. Blagoevgrad: Neofit Rilski.
- Stoimenova, J. (2005). *Organizing a creative action on a student in the beginning of a class*. Blagoevgrad: Neofit Rilski.

## **OPTIMIZING THE MODERN LESSON IN MATHEMATICS WITH THE HELP OF MATHEMATICAL PROBLEM SITUATIONS**

**Abstract.** The modern lesson in mathematics in the primary grades represents a creative, innovative and interactive form of organization of the educational activities of the students. This requires the use of training techniques that optimally enhance the effectiveness of the learning process. This article explores the possibility of using problematic situations as a means of optimizing the modern lesson in mathematics. The knowledge of students who have mastered the learning content in a problem-situational environment is analyzed by identifying the effect of problematic situations on the learning of mathematical content.

*Keywords:* optimisation of the math lesson; creative tasks; project activity; problem situation

✉ **Dr. Valentina Chileva, Assist. Prof.**

ORCID ID: 0000-0003-4413-5778

Department of Pre-School and Primary School Education

Faculty of Education

South-West University "Neofit Rilski"

Blagoevgrad, Bulgaria

E-mail: valantinach@swu.bg