

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИНАНСОВА ГРАМОТНОСТ

¹Сава Гроздев, ²Веселин Ненков

¹Висше училище по застраховане и финанси – София

²ВВМУ „Никола Вапцаров“ – Варна

Резюме. Представени са задачите и техните решения от проведеното през 2020 г. Национално състезание по финансова грамотност за ученици V – XII клас. Задачите са предложени и обсъдени от Националната комисия към Министерството на образованието и науката в България. Анализирани са резултатите и са посочени възможности за бъдещо развитие.

Ключови думи: конкуренция; финансова грамотност; решаване на проблеми; изчисляване; постижение

На 20 февруари 2020 г. Министерството на образованието и науката в Р България организира провеждането на първото национално състезание по финансова грамотност за ученици от V до XII клас включително. Както е посочено в регламента¹⁾ на състезанието от страницата на МОН, „основните цели и задачи на състезанието са свързани с повишаване успеваемостта на ученици и учители в процеса на преподаване и придобиване на финансова грамотност като част от функционалната грамотност. Основен инструментариум са знанията и уменията по математика за съответните възрастови групи, традиционно използвани при формирането на компетенции по повечето общообразователни и профилиращи учебни предмети. Състезанието предоставя възможност за: развиване на изчислителни способности, включително и с използване на калкулатор; мотивиране на учениците за правилен избор на математически подход и неговото аргументиране при решаване на практически задачи, включващи задачи от икономиката, финансите, застраховането, банкирането и предприемачеството; осигуряване на условия за изява и придобиване на увереност при взимане на творчески решения; мотивиране на различни възрасти ученици за повишаване на тяхната финансова и функционална грамотност; мотивиране на учителите за работа с учениците за повишаване на финансовата и функционалната им грамотност“.

Форматът на Националното състезание по финансова грамотност е 7 задачи, първите 5 от които са тестови – всяка с пет избираеми отговора, от които само един е верният; задача 6 е с кратък свободен отговор, а задача 7 е с подробно и аргументирано решение. За всеки верен отговор

на задачи с номера от 1 до 5 се присъждат 3 точки, на задача с номер 6 се присъждат 5 точки, а на задача с номер 7 се присъждат до 10 точки въз основа на указания и критерии, изготвени от Националната комисия. За грешен или непосочен отговор не се отнемат точки. Максималният брой точки е 30.

По-долу предлагаме задачите по класове и техните решения.

V клас

Задача 1. Коя от посочените суми е най-малка?

- A) $\frac{5}{6}$ от 100 лв. B) $\frac{4}{5}$ от 100 лв. C) $\frac{2}{3}$ от 100 лв. D) $\frac{3}{4}$ от 100 лв. E) равни са

Задача 2. Семейство внесло към депозита си от 10 000 лв. в банката още 1500 лв. Каква част от новия депозит е вноската?

- A) $\frac{4}{25}$ B) $\frac{5}{22}$ C) $\frac{7}{13}$ D) $\frac{3}{23}$ E) $\frac{5}{16}$

Задача 3. Една стока струва 12,50 лв. Цената била увеличена с $\frac{1}{5}$ част от първоначалната. Продажбите спаднали и цената била намалена с $\frac{1}{10}$ част от новата цена. Каква е цената на стоката след намалението?

- A) 15 лв. B) 12,50 лв. C) 13,50 лв. D) 14,50 лв. E) 12,30 лв.

Задача 4. Иван разполагал с цяло число левове. Той посетил мола, изхарчил $\frac{2}{3}$ от парите си и изгубил $\frac{2}{3}$ от остатъка. С коя от посочените суми е възможно да е разполагал Иван първоначално?

- A) 41 лв. B) 50 лв. C) 81 лв. D) 23 лв. E) 32 лв.

Задача 5. В една сладкарница 3 шоколада са по-скъпи от 5 фреша. Коя от трите поръчки: 2 шоколада, шоколад и фреш или 3 фреша е най-скъпата?

- A) 2 шоколада B) шоколад и фреш C) 3 фреша
D) не може да се определи E) трите поръчки са с една и съща цена

Задача 6. На сладкарница „Неделя“ доставили 24 kg бонбони от един вид и 31 kg бонбони от друг вид на обща стойност 109,70 лв. Мими купила по 1 kg от двата вида и заплатила 3,90 лв. Намерете цените за килограм от първия вид бонбони.

Задача 7. В таблицата са дадени потребленията на 6 вида стоки и съответните им единични цени (за бройка, за килограм или за литър) за 2018 г. и за 2019 г. Данните са тренировъчни, т.е. те не са свързани с конкретна държава. Намерете индекса на инфлация. Запишете резултата с точност до втория знак след десетичната запетая. По възможност ползвайте калкулатор!

	Стока	Потребление в милиони	Единична цена в лева за 2018 г.	Единична цена в лева за 2019 г.
1	Хляб	1,2 бр.	1,10 (за бр.)	1,15 (за бр.)
2	Сирене	0,9 kg	8,40 (за kg)	8,80 (за kg)
3	Месо	0,04 kg	9,80 (за kg)	10,40 (за kg)
4	Захар	0,06 kg	1,40 (за kg)	1,50 (за kg)
5	Картофи	0,08 kg	0,85 (за kg)	0,95 (за kg.)
6	Минерална вода	12,5 l	0,45 (за l)	0,50 (за l)

Обяснения към темата за V клас

1. a от $b = a \cdot b$;
2. $\frac{a}{b}$ от $c = \frac{a}{b} \cdot c$;
3. депозирана сума = депозит; депозитът е влог обикновено със срок;
4. потребление = придобиване на стоки или услуги от отделен човек или организация;

5. индекс на инфлация I е отношението $I = \frac{p \cdot a + q \cdot b}{p \cdot c + q \cdot d}$ в случая на две стоки с продадени количества p и q , като a и b са съответните им цени за дадена година, а c и d са цените на тези стоки за предходна година, спрямо която става отчитането.

VI клас

Задача 1. Един ученик имал 10 монети по 10 стотинки, 5 монети по 20 стотинки, 4 монети по 50 стотинки и 3 монети по 1 лев. Колко лева е имал ученикът?

- A) 5 лв. B) 6 лв. C) 7 лв. D) 8 лв. E) 9 лв.

Задача 2. Две фирми изразходвали общо 18 600 лв. за коледни бонуси на служителите си, като първата изразходвала с 3100 лв. повече от втората. Каква част от разхода на първата фирма представлява разходът на втората?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

Задача 3. Гражданин внесъл в банка 4000 лв. при проста годишна лихва 0,5%. На колко лева ще нарасне внесената сума след 3 години?

- A) 4060 лв. B) 4130,50 лв. C) 4150 лв. D) 4175,25 лв. E) 4200 лв.

Задача 4. Гражданин внесъл в банка 10 000 лв. при проста годишна лихва 1%. На колко лева ще нарасне внесената сума след 3 години, ако лихвата се начислява в края на всяка година и се прибавя към наличната до този момент сума?

- A) 10 303,01 лв. B) 10 313 лв. C) 10 323,30 лв. D) 10 339 лв. E) 10 413,50 лв.

Задача 5. По случай края на учебната година група ученици посетили пиярицария. Поръчали си еднакви пици и събрали по 3 лв., за да ги платят. Когато сервитьорът донесъл сметката, те пресметнали, че не им достигат 9 лв. Всеки от тях дал по още 2 лв. и останали 3 лв. за „бакшиш“. Колко лева е струвала една пица?

- А) 5,90 лв. В) 5,20 лв. С) 5 лв. Д) 4,90 лв. Е) 4,50 лв.

Задача 6. На магазин за компютърна техника доставили 50 клавиатури и 42 безжични мишки на обща стойност 1787 лв. Намерете цената на 10 клавиатури, ако 5 клавиатури и 4 мишки струват общо 177 лв.

Задача 7. В края на месеца един учител по математика получил фиша си за работната заплата, данните от който са включени в таблицата:

НАЧИСЛЕНИЯ		УДРЪЖКИ	
Основна заплата	920 лв.	ДДФЛ (данък върху доходите на физическите лица)	117,71 лв.
Клас прослужено време	36,80 лв.	ДЗПО (допълнително пенсионно осигуряване)	2,2% от всички начисления
Класен ръководител	36 лв.	Лична ЗО (лична здравноосигурителна вноски)	3,2% от всички начисления
Лекторски часове	316 лв.	Лична вноски ДОО (държавно обществено осигуряване)	7,98% от всички начисления
ПКС (професионална квалификационна степен)	35 лв.	Лична вноски ПКБ (поименни компенсационни бонове)	0,4% от всички начисления
СБКО (социално-битово и културно обслужване)	20,65 лв.		
ОБЩО НАЧИСЛЕНИЯ			

След като пресметнете начисленията и удръжките върху тях, намерете колко лева е получил учителят по сметката си. Извършвайте пресмятанията с точност до втория знак след десетичната запетая. По възможност ползвайте калкулатор!

Обяснения към темата за VI клас

1. бонус = допълнително възнаграждение, премия;
2. част; ако c е частта на a от b , то $c = \frac{a}{b}$;

$$3. a\% \text{ от } b = \frac{a}{100} \cdot b;$$

4. простата лихва се изчислява само върху вложената сума; ако например простата лихва $p\%$ е тримесечна, то лихвата по влог с размер a лв. за срок от n месеца е $\frac{p}{100} \cdot \frac{n}{3} \cdot a$ лв.;

5. бакшиш = неголяма сума, която е рестото или част от рестото, но не се взема обратно, а клиентът я оставя на този, който извършва поисканата от клиента услуга (в случая на сервитьора) като благодарност за добро обслужване;

6. начисления = всички приходи, които се полагат на работещия за даден месец; върху начисленията се пресмятат определени проценти удръжки, които са за сметка на работещия; разликата между начисленията и удръжките е сумата, която реално получава работещият по сметката си.

VII клас

Име на списанието	Брой абонamenti
„Бизнес и пари“	$9,5 \cdot 10^5$
„За семейството“	$5,0 \cdot 10^6$
„Мода и дизайн“	$9,0 \cdot 10^5$
„Само за тийнейджъри“	$2,4 \cdot 10^6$

Задача 1. В таблицата е даден броят на абонamentите за 4 списания в САЩ. Намерете вярната подредба от най-големия брой към най-малкия.

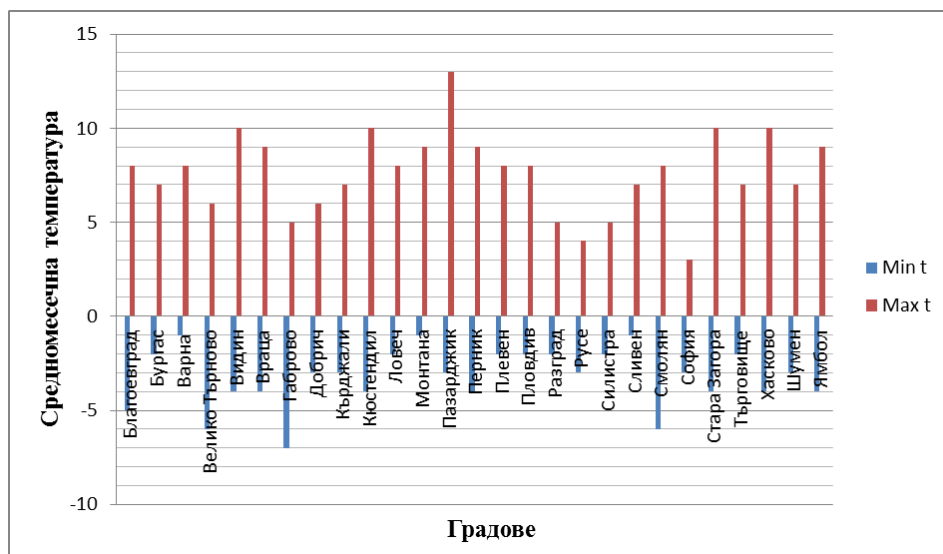
- A) „Бизнес и пари“, „Мода и дизайн“, „За семейството“, „Само за тийнейджъри“
 B) „За семейството“, „Само за тийнейджъри“, „Бизнес и пари“, „Мода и дизайн“
 C) „Мода и дизайн“, „Бизнес и пари“, „Само за тийнейджъри“, „За семейството“
 D) „Само за тийнейджъри“, „За семейството“, „Мода и дизайн“, „Бизнес и пари“
 E) „Мода и дизайн“, „Бизнес и пари“, „Само за тийнейджъри“, „За семейството“

Задача 2. След коледно намаление от 20% и януарско увеличение цената на една стока нараснала с 12%. Намерете януарското увеличение.

- A) 12% B) 20% C) 30% D) 40% E) 50%

Задача 3. Зимен курорт предлага под наем ски или сноуборд оборудване на цена 15 лв. за един човек за един ден и същото оборудване за един човек за три дни на цена 36 лв. Колко процента от цената ще спести скиор, ако предпочете тридневно оборудване пред еднодневно за три дни престой?

- A) 9% B) 10% C) 20% D) 25% E) 30%



Задача 4. На колонната диаграма по-горе са дадени най-ниската и най-високата температура в градуси на въздуха през м. декември 2019 г. в 27 областни центъра на България. В кой от центровете разликата между най-високата и най-ниската температура е най-голяма и в кой тази разлика съответно е най-малка?

- А) Видин и Разград В) Кюстендил и Русе С) Пазарджик и София
 Д) Смолян и Силистра Е) Стара Загора и Сливен

Задача 5. Каква е средномесечната за м. декември 2019 г. (вж. условието на задача 4) най-ниска температура за дадените 27 областни центъра на колонната диаграма по-горе и каква е съответно средномесечната най-висока температура за тези центрове, закръглени с точност до цяло число?

- А) -3° и 7° В) -3° и 8° С) -4° и 7° Д) -4° и 8° Е) $-3,2^{\circ}$ и $7,6^{\circ}$

Задача 6. Г-н Петров изтеглил потребителски кредит в размер на 7000 лв., за да закупи обзавеждане за детска стая на тази цена. Той има възможност да погаси заема за 3 години при месечна вноска 222,44 лв. или за 4 години при месечна вноска 172,98 лв. Намерете разликата в процентните увеличения на сумарните плащания в двата случая спрямо цената на обзавеждането. Закръглете отговора с точност до един знак след десетичната запетая.

Задача 7. Цените в левове на четири от стоките, които се продават в един магазин, са различни цели числа, по-големи от 1. Ако сборът на цените на двете най-евтини стоки е 11 лв., сборът на цените на двете най-скъпи стоки е

29 лв., а измежду сборовете на цените по двойки са 12 лв. и 21 лв., намерете цените на четирите стоки.

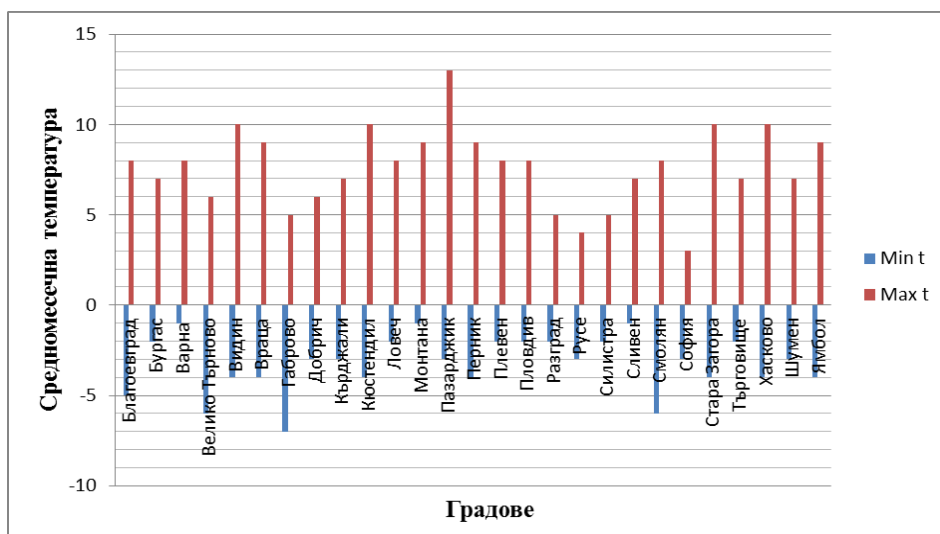
Обяснения към темата за VII клас

1. колонна диаграма = колони или редове, които изобразяват данни и техните промени; обикновено колонната диаграма показва категории по хоризонталната ос и стойности по вертикалната ос

2. кредит = заем

3. погасявам = връщам

VIII клас



Задача 1. На колонната диаграма са дадени най-ниската и най-високата температура в градуси на въздуха през м. декември 2019 г. в 27 областни центъра на България. За колко центъра абсолютната стойност на най-ниската температура е по-голяма от абсолютната стойност на най-високата?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Задача 2. След две последователни намаления съответно с 20% и с 10% на цената на една стока тя струва 216 лева. Намерете първоначалната цена на стоката.

- A) 309 лв. B) 300 лв. C) 240 лв. D) 230 лв. E) 84 лв.

Задача 3. В една лотария са продадени 2000 билета по 2 лева. От тях 3 билета печелят по 100 лева, 6 билета печелят по 50 лева, 10 билета – по 20 лева, 15 билета – по 5 лева, и 30 билета – по 2 лева. Отпечатването на билетите струва 400 лева, а разпространението им струва 200 лева. Намерете какъв процент от разликата между сумата, събрана от продадените билети, и разходите са отпечатване и разпространение е предназначена за печалби.

- A) 2% B) 23,375% C) 25,97% D) 27,5 E) 58,44%

Задача 4. В голям супермаркет е направено проучване на посетителите, за да се установи колко време е престоят им в супермаркета. Анкетирани били 100 посетители. От тях 10% отговорили, че престоят им е 15 min, 28% – съответно 20 min, а отговорът на 42% бил 25 min. Ако средният престой на един посетител в супермаркета е 24,6 min, колко минути е средният престой на останалите посетители?

- A) 20 min B) 23 min C) 27 min D) 30 min E) 35 min

Задача 5. За да направи подобрения в производствения процес, собственик на фирма изтеглил кредит в размер на 12 000 лева за срок от една година при проста годишна лихва 5%. Съгласно договора, който той сключил с банката, заемът трябвало да се погаси с 12 месечни вноски в размер на по 1000 лв., към които да се прибавя лихвата за оставащата сума след месеца на предходното плащане. Например: до края на първия месец клиентът трябвало да плати $1000 + 5\%$ от $\frac{1}{12} \cdot 12\,000 = 1050$ лв. Намерете сумата, която собственикът на фирмата трябва да внесе до края на третия месец. Желателно е ползването на калкулатор! Закръглявайте резултатите от пресмятанията с точност до 2 знака след десетичната запетая.

- A) 1039,33 лв. B) 1040,52 лв. C) 1040,77 лв. D) 1041,27 лв. E) 1041,53 лв.

Задача 6. Сума от 50 000 лв. е депозирана в банка при годишна лихва $p\%$. След една година титулярът на сметката изтеглил 5000 лв. от сумата. В края на следващата година сумата по депозита в банката била 47 406, 25 лв. Намерете лихвения процент.

Задача 7. Магазин предлага следната промоция: „При закупуване на 2 бройки от една и съща стока едната е с 50% намаление“. Клиент закупил нечетен брой фланелки от един и същи вид и заплатил 175 лева. Ако знаете, че цената на една фланелка е двуцифрено цяло число, намерете възможностите за броя на закупените фланелки.

Обяснения към темата за VIII клас

1. колонна диаграма = колони или редове, които изобразяват данни и техните промени; обикновено колоната диаграма показва категории по хоризонталната ос и стойности по вертикалната ос;

2. кредит = заем;

$$3. a\% \text{ от } b = \frac{a}{100} \cdot b;$$

4. проста лихва е лихвата, която се начислява само върху вложената сума; ако например простата лихва $p\%$ е годишна, то лихвата по влог с размер a лв.

за срок от 1 месец е $\frac{p}{100} \cdot \frac{1}{12} \cdot a$ лв.;

5. депозирана сума = депозит; депозитът е влог обикновено със срок.

IX клас

Задача 1. Средните месечни разходи в едно домакинство са представени в обобщен вариант в таблицата по-долу. Те са, както следва: за храна – 1000 лв.; за битови нужди – 5% от месечния доход; други разходи – 14% от месечния доход. Останалите средства в размер на 620 лв. се внасят на спестовен влог.

храна	1000 лева
битови нужди	5 %
спестявания	620 лева
други разходи	14 %
Общо	

Намерете месечния доход на това домакинство.

- A) 1850 лв. B) 2000 лв. C) 2015 лв. D) 2150 лв. E) 2200 лв.

Задача 2. Ако увеличим цената на продукт A със 7% и намалим цената на продукт B с 5%, то за 4 броя от A и 6 броя от B ще платим същата сума, която бихме платили за 4 броя от A и 6 броя от B преди промените на цените. Намерете възможно най-малката обща сума от първоначалните цени на продуктите A и B , ако тези цени в лева са цели числа.

- A) 32 лв. B) 29 лв. C) 15 лв. D) 14 лв. E) 8 лв.

Задача 3. Два различни вида химикалки се продават на цени съответно 3 лв. и 4,20 лв. Ако разполагате с 55,80 лв., колко най-много химикалки можете да закупите, така че да разполагате с химикалки и от двата вида?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Задача 4. Сметката за електроенергия на едно домакинство за месец юни през миналата година е била 72 лв., през месец юли е била с $p\%$ по-голяма, а през месец август е била с $1,5p\%$ по-малка спрямо месец юли. Ако през август са платени с 4,68 лв. по-малко отколкото през юни, намерете в кой от посочените интервали се намира сметката в лева за електроенергия на това домакинство през месец юли.

- A) [78; 79) B) [79; 80) C) [80; 81) D) [81; 82) E) [82; 83)

Задача 5. Сума от 200 000 лв. е вложена в банка при проста годишна лихва 1,2%. В края на всеки месец се заплаща такса обслужване в размер на 10 лв., която се удържа от сметката. Каква ще бъде натрупаната сума след олихвяване в края на третия месец, закръглена до цяло число лева?

А) 200 550 лв. В) 200 560 лв. С) 200 570 лв. Д) 200 580 лв. Е) 200 590 лв.

Задача 6. Със сума от 5000 лв. е открит безсрочен влог при проста годишна лихва 0,3%. След изтичане на 2 месеца са изтеглени 600 лв. от влога, а след още един месец са внесени 200 лв. В края на 6-ия месец от откриването на влога лихвеният процент е увеличен с 40% спрямо първоначалния. Колко е натрупаната сума след олихвяване в края на 12-ия месец?

Задача 7. През 2015 г. е платена вноска по застраховка „Автокаска“ на автомобил в размер на 1500 лв. Ако в дадена година няма щета, за следващата година вноската по застраховката е с K лв. по-малка спрямо предходната година (K е цяло число). В случай че в дадена година има щета, вноската през следващата година е с K лв. по-голяма спрямо предходната. Ако в продължение на три поредни години няма щети, следващата година вноската по застраховката е с $2K$ лв. по-малка спрямо предходната година. През 2020 г. вноската по застраховката е 1400 лв. Да се намерят възможните стойности на K и за всяка от тях да се даде пример за реализираните вноски за всяка от годините от 2016 до 2019 г. включително.

Обяснения към темата за IX клас

1. $a\%$ от $b = \frac{a}{100} \cdot b$;

2. простата лихва се изчислява само върху вложената сума; ако например простата лихва е тримесечна с лихвен процент $p\%$, то лихвата по влог с размер a лв. за срок от n месеца е $\frac{p}{100} \cdot \frac{n}{3} \cdot a$ лв.;

3. застраховка „Автокаска“ – вид автомобилна застраховка, която покрива щетите по автомобил както при пътнотранспортно произшествие, така и при цял спектър от други рискове: градушка, пожар, буря, кражба, вандализъм, паркинг щети и др.

X клас

Задача 1. Със сума в размер на 1200 лв. е открит влог при 0,6% проста годишна лихва. След изтичане на втория месец по влога са внесени още 300 лв., а след изтичане на още четири месеца лихвеният процент е намален на 0,3%. Да се намери натрупаната сума по влога след олихвяване в края на дванадесетия месец от откриването му.

А) 1201,20 лв. В) 1203 лв. С) 1206,45 лв. Д) 1506,45 лв. Е) 1564,50 лв.

Задача 2. Със сума в размер на 10 000 лв. е открит влог при 3% проста годишна лихва. След изтичане на една година сумата по влога е олихвена и от нея са изтеглени K лв., където K е цяло число. След изтичане на още една година наличната сума по влога е олихвена и отново са изтеглени K лева. Да се намери възможно най-голямата стойност на K така, че да могат да се осъществят двете тегления.

- А) 5000 лв. В) 5026 лв. С) 5100 лв. Д) 5226 лв. Е) 5227 лв.

Задача 3. В екскурзия участвали 121 ученици от едно училище, като всеки от тях похарчил цяло число лева по време на екскурзията. Таблицата по-долу съдържа данни за броя ученици, похарчили определена сума пари, с подреждане на сумите в низходящ ред.

Брой ученици	Похарчена сума (цяло число лева)
3	30
1	28
5	23
15	xxx
23	16
28	12
18	9
7	3
5	2
7	1
9	0

Поради технически проблем стойността на похарчената сума на четвъртия ред в таблицата е заличена. Да се възстанови тази стойност, ако е известно, че средната сума, похарчена от един участник в екскурзията, е равна на сумата, похарчена от 61-вия ученик в подреждането на сумите в низходящ ред.

- А) 22 лв. В) 21 лв. С) 20 лв. Д) 19 лв. Е) 17 лв.

Задача 4. В таблицата по-долу са представени обобщени данни за видовете месечни разходи на две домакинства А и В като части от съответните им месечни доходи. След като попълните колонката „Спестяване“, намерете общата сума за разходите на двете домакинства за битови нужди, ако месечният доход на А към месечния доход на В се отнася, както 9:7, а сборът на средствата, които двете домакинства спестяват, е 2806 лв.

Домакинство	Храна	Битови нужди	Спестяване	Други нужди
А	25%	9%	?	25%
В	25%	10%	?	17,5%

- А) 1390 лв. В) 720 лв. С) 604 лв. Д) 582 лв. Е) 438 лв.

Задача 5. Сума в размер на 200 000 лв. е инвестирана в проект А. В края на всяка от първите три години проектът генерира печалба в размер на 4% от инвестираната до момента сума, която автоматично се реинвестира в проекта в началото на следващата година. Същата сума в размер на 200 000 лв., инвестирана в проект В, генерира в края на всяка от първите три години печалба в размер на 4,5% от инвестираната до момента сума, от която се удържа годишна такса за обслужване в размер на 1050 лв., а остатъкът се реинвестира в проекта. В кой от посочените интервали се намира разликата в лева между реинвестираните суми в двата проекта в началото на четвъртата година?

- А) [30;35) В) [35;40) С) [40;45) Д) [45;50) Е) [50;55]

Задача 6. На пазара се продават три вида картофи на цени за един килограм съответно 0,50 лв., 0,60 лв. и 0,70 лв., като продажбите за всеки вид са само в цяло число килограми. Направена е покупка от тези картофи на стойност 29,30 лв. Колко възможно най-много килограма картофи са закупени?

Задача 7. Естествените числа от 2 до 10 включително са цените в лева на 9 различни вида мартеници, които се продават в един магазин. Ако разполагате с 23 лева, колко най-много мартеници можете да закупите, така че цените на произволни две закупени мартеници да са взаимно прости числа? Посочете пример!

Обяснения към темата за X клас

1. $a\%$ от $b = \frac{a}{100} \cdot b$;

2. простата лихва се изчислява само върху вложената сума; ако например простата лихва $p\%$ е тримесечна, то лихвата по влог с размер a лв. за срок от n месеца е $\frac{p}{100} \cdot \frac{n}{3} \cdot a$ лв.;

3. реинвестирането е влагане на печалба от инвестиция, направена преди това;

4. две числа са взаимно прости, ако нямат общ делител.

XI клас

Задача 1. Един телескоп за начинаещ астроном струва 109,95 лв., а цената му при коледната промоция е била 65,97 лв. Колко процента е било намалението на телескопа?

- А) 45% В) 40% С) 38% Д) 35% Е) 33%

Задача 2. Бизнесмен инвестира 100 000 лв. в развитието на новосъздадена фирма с условието да получава ежемесечно лихвата от инвестицията при проста годишна лихва 7,5 %. Каква сума от лихви ще е получил бизнесменът след 16 месеца?

А) 10 000 лв. В) 9000 лв. С) 8000 лв. D) 7000 лв. Е) 6000 лв.

Задача 3. За 8 месеца влог в размер на 1500 лв. се увеличава до определен размер при 3% проста годишна лихва. При каква проста годишна лихва ще се увеличи влогът до същия размер за 6 месеца?

А) 4% В) 5% С) 6% D) 8% Е) 9%

Задача 4. Бизнесменът Стоянов си купил лек автомобил за 60 000 лв. За целта изтеглил банков кредит за срок от 4 години при сложна годишна лихва 6%. По колко лева трябва да изплаща г-н Стоянов всеки месец при равни месечни вноски? Посочете интервала, в който се намира погасителната месечна вноска в лева с точност до втория знак след десетичната запетая.

А) [1100;1200) В) [1200;1300) С) [1300;1400) D) [1400;1500)
Е) [1500;1600]

Задача 5. Васко започнал работа в началото на 2017 г. В края на всяка изтекла година в случай на положителна атестация месечната му заплата за следващата година се повишава с 5 %. В началото на 2020 г. месечната заплата на Васко е 2778,30 лв. С каква месечна заплата е започнал работа Васко, ако в края на всяка година атестацията му е била положителна? Посочете интервала, в който се намира началната месечна заплата в лева с точност до втория знак след десетичната запетая.

А) [2000;2100] В) (2100;2200] С) (2200;2300] D) (2300;2400]
Е) (2400;2500]

Задача 6. През 2017 г. търговска фирма продала 1168 тротинетки, а през 2019 г. тя продала 657 тротинетки при равен процент на намаление на годишните продажби спрямо предходната година. Намерете процента на намаление.

Задача 7. Естествените числа от 2 до 20 включително са цените в лева на 19 различни книги, които се продават в една книжарница. Ако разполагате с 49 лева, колко най-много книги можете да закупите, так че цените на произволни две закупени книги да са взаимнопрости числа? Посочете пример!

Обяснения към темата за XI клас

1. промоция = цена с отстъпка = цена с намаление;

2. $a\%$ от $b = \frac{a}{100} \cdot b$;

3. проста лихва е лихвата, която се начислява само върху вложената сума (началния капитал); ако например простата лихва $p\%$ е годишна, то лихвата по влог с размер K лв. (началния капитал) за срок от n месеца е $K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{12}$ лв.,

а нарасналият капитал след олихвяването е $F = K \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{12} \right)$ лв.;

4. кредит = заем;

5. сложна лихва е лихвата, която се начислява в края на всеки лихвен период, прибавя се към началния капитал и се олихвява заедно с него в края на следващия период; формулата за сложната лихва е $K_n = Kq^n = K\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, където K е началният капитал, $p\%$ е лихвеният процент за съответния период, n е броят на периодите, а K_n е нарасналият краен капитал;

6. погасителни вноски = равни вноски, които се плащат на равни интервали от време (периоди) в продължение на даден срок при определена лихва за съответния интервал (период); формулата за погасителната вноска V е $V = K \cdot \frac{q^n(q-1)}{q^n-1}$, където K лв. е размерът на кредита, $q = 1 + \frac{p}{100}$, $p\%$ е лихвеният процент за съответния период и n е броят на периодите;

7. две числа са взаимнопрости, ако нямат общ делител.

ХІІ клас

Задача 1. В банка е внесена сумата 1000 лв. при 4% проста годишна лихва. На каква сума (с точност до лев) ще нарасне влогът след 8 месеца?

А) 1004 В) 1027 С) 1032 D) 1040 Е) 1080

Задача 2. Вноската по застраховка „Автокасco“ на нов мотор е 480 лв. през първата година. През втората година вноската намалява с 1%, а през третата – с 2% спрямо предходната година. През всяка следваща година застраховката намалява с 3% спрямо нивото от предходната година. В кой от интервалите попада застрахователната вноска през шестата година?

А) (390; 400] В) (400; 410] С) (410; 420] D) (420; 430] Е) (430; 440]

Задача 3. Да се определи колко лева е ДДС (данък добавена стойност) при ставка на данъка 20% и крайна цена на продукта 73,80 лв.

А) 11,70 В) 11,85 С) 11,90 D) 12,10 Е) 12,30

Задача 4. Изтеглен е заем в размер на 12 000 лв. за срок от 4 години при 6% сложна годишна лихва. В средата на погасителния период годишният лихвен процент бил удвоен. В кой от посочените интервали се намира сумата в лева с точност до втория знак след десетичната запетая, с която се погасява изтегленият заем в края на погасителния период, ако олихвяването е сложно ежемесечно?

А) (14 500; 15 500] В) (15 500; 16 500] С) (16 500; 17 500]
D) (17 500; 18 500] Е) (18 500; 19 500]

Задача 5. Месечната застрахователна премия по застраховка на жилище в случай на пожар и наводнение е 1,30 лв. за квадратен метър. По случай коледните и новогодишните празници е направена отстъпка в размер на 20% от премията за първите 6 месеца на 2020 г. Ако клиентът желае, премията за жилище може да бъде увеличена с 15%, за да се включи допълнително покритие в случай на земетресение. Каква премия трябва да се заплати за първото тримесечие на 2020 г. по застраховка на жилище от 80 m², ако застраховката включва и допълнително покритие за земетресение в условията на празничното намаление?

А) 119,60 лв. В) 249,60 лв. С) 287,04 лв. D) 327,60 лв. Е) 358,80 лв.

Задача 6. Ако цената на продукт *A* се увеличи с 3%, а цената на продукт *B* се намали с 2%, то 4 броя от *A* и 7 броя от *B* ще струват с 1 лев повече, отколкото струват 4 броя от *A* и 7 броя от *B* преди промените на цените. Да се намери възможно най-малкият сбор на първоначалните цени в лева на продуктите *A* и *B*, ако те са цели числа.

Задача 7. Естествените числа от 2 до 31 включително са цените в лева на 30 различни артикула, които се продават в сувенирен магазин. Ако разполагате с 99 лева, колко най-много артикула можете да закупите, така че цените на произволни два артикула от закупените да са взаимно прости числа? Посочете пример!

Обяснения към темата за XII клас

1. $a\%$ от $b = \frac{a}{100} \cdot b$;

2. проста лихва е лихвата, която се начислява само върху вложената сума (началния капитал); ако например простата лихва $p\%$ е годишна, то лихвата по влог с размер K лв. (началния капитал) за срок от n месеца е $K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{12}$ лв.,

а нарасналият капитал след олихвяването е $F = K \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{12} \right)$ лв.;

3. ставка = размер на заплащане;

4. сложна лихва е лихвата, която се начислява в края на всеки лихвен период, прибавя се към началния капитал и се олихвява заедно с него в края на

следващия период; формулата за сложна лихва е $K_n = Kq^n = K \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$,

където K е началният капитал, $p\%$ е лихвеният процент, n е броят на периодите, а K_n е нарасналият капитал; ако $p\%$ е сложна годишна лихва и олихвяването е

ежесечно, то нарасналият капитал за n месеца е $K_n = K \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{12} \right)^n$;

5. погасителен период = времето за изплащане на заем;

6. застрахователна премия = възнаграждение на застрахователя за извършваните от него застрахователни услуги; това е сумата, която клиентът плаща на застрахователната компания, за да ползва защита при настъпване на определени неблагоприятни събития (пожар, наводнение, загуба на трудоспособност и др.); със събраните премии застрахователят покрива разходите за извършване на своята дейност, включително за изплащане на обезщетения на клиентите; така, от гледна точка на застрахованото лице, застрахователната премия е цената, която лицето плаща за застраховката;

7. две числа са взаимнопрости, ако нямат общ делител.

Решения на задачите за V клас

Задача 1. Отг. С). Тъй като търсим части от една и съща сума, можем да решим задачата с помощта на НОК на знаменателите на частите. Намираме НОК $(6,5,4,3) = 60$. Тогава частите са: $\frac{50}{60}; \frac{48}{60}; \frac{40}{60}; \frac{45}{60}$. Като ги сравним, заключаваме, че $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ е най-малката. Следователно най-малката сума е $\frac{2}{3}$ от 100 лв.

Задача 2. Отг. D). Новият депозит в банката е $10\,000 + 1500 = 11\,500$ лв. Ако x е търсената част, то x от 11 500 = 1500, откъдето $x = \frac{1500}{11500} = \frac{3}{23}$.

Задача 3. Отг. С). Цената на стоката е 12,50 лв. Увеличената цена с $\frac{1}{5}$ е $12,50 + \frac{1}{5} \cdot 12,50 = 12,50 + 2,50 = 15$ лв. Намалената цена с $\frac{1}{10}$ е $15 - \frac{1}{10} \cdot 15 = 15 - 1,50 = 13,50$ лв.

Задача 4. Отг. С). Нека първоначално Иван е имал x лв. Като изхарчил $\frac{2}{3}$ от x , му остават $\frac{1}{3}x$ лв. Иван изгубил $\frac{2}{3}$ от $\frac{1}{3}x = \frac{2}{9}x$ лв. След като по условие x е цяло число, необходимо условие е то да се дели на 9. От посочените отговори само 81 се дели на 9. Следователно единствената възможност е $x = 81$ лв.

Задача 5. Отг. А). Тъй като 3 шоколада са по-скъпи от 5 фреша, то един шоколад е по-скъп от един фреш. Следователно два шоколада са по-скъпи от шоколад и фреш, т.е. поръчката А) е по-скъпа от поръчката В). Сега да удвоим условието, че 3 шоколада са по-скъпи от 5 фреша. Получаваме, че $2 \cdot 3 = 6$ шоколада са по-скъпи от $2 \cdot 5 = 10$ фреша. Но тогава 6 шоколада са още по-скъпи

от 9 фреша. Да разделим последното условие на 3. Заключаваме, че $6:3 = 2$ шоколада са по-скъпи от $9:3 = 3$ фреша. Това означава, че поръчката А) е по-скъпа от поръчката С). Следователно поръчката А) е най-скъпата.

Задача 6. Отг. 1,60 лв. Следкато 1 kg от единия вид и 1 kg от втория вид струват 3,90 лв., то 24 kg от първия вид и 24 kg от втория вид ще струват 24 · 3,90 = 93,60 лв. От друга страна, $31 - 24 = 7$ kg и $109,70 - 93,60 = 16,10$ лв. Оттук заключаваме, че 7 kg от втория вид бонбони струват 16,10 лв. Следователно 1 kg от втория вид струва $16,10 : 7 = 2,30$ лв. За цената на първия вид намираме $3,90 - 2,30 = 1,60$ лв. за килограм.

Задача 7. Отг. 1,07.

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1,2 \cdot 1,15 + 0,9 \cdot 8,80 + 0,04 \cdot 10,40 + 0,06 \cdot 1,50 + 0,08 \cdot 0,95 + 12 \cdot 5,0 \cdot 50}{1,2 \cdot 1,10 + 0,9 \cdot 8,40 + 0,04 \cdot 9,80 + 0,06 \cdot 1,40 + 0,08 \cdot 0,85 + 12 \cdot 5,0 \cdot 45} = \text{(2 точки)} \\
 &= \frac{1,38 + 7,92 + 0,416 + 0,09 + 0,076 + 6,25}{1,32 + 7,56 + 0,392 + 0,084 + 0,068 + 5,625} = \text{(4 точки)} \\
 &= \frac{16,132}{15,049} = \text{(2 точки)} \\
 &= 1,0719649 \approx \text{(1 точка)} \\
 &\approx 1,07 \text{(1 точка)}
 \end{aligned}$$

Решения на задачите за VI клас

Задача 1. Отг. С). $10 \cdot 10 = 100$ ст. = 1 лв., $5 \cdot 20 = 100$ ст. = 1 лв., $4 \cdot 50 = 200$ ст. = 2 лв. и $3 \cdot 1 = 3$ лв. Като съберем, намираме $1 + 1 + 2 + 3 = 7$ лв.

Задача 2. Отг. В). $18\,600 + 3\,100 = 21\,700$ лв. Тогава $21\,700 : 2 = 10\,850$ лв. е изразходвала първата фирма, а втората е изразходвала $10\,850 - 3\,100 = 7\,750$ лв. Търсената част е $\frac{7\,750}{10\,850} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 31}{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 31} = \frac{5}{7}$.

Задачата може да се реши и така: ако x лв. е разходът на втората фирма, то разходът на първата $(x + 3\,100)$ лв. От условието следва $x + (x + 3\,100) = 18\,600$, откъдето $2x = 18\,600 - 3\,100 = 15\,500$ и $x = 15\,500 : 2 = 7\,750$ лв. Първата фирма е изразходвала $7\,750 + 3\,100 = 10\,850$ лв. и търсената част се намира както по-горе.

Задача 3. Отг. А). $4000 \left(1 + \frac{0,5}{100} \cdot 3 \right) = 4000 \cdot \frac{101,5}{100} = 40 \cdot 101,5 = 4060$ лв.

Задача 4. Отг. А). След първата година сумата ще нарасне на $10\,000 \left(1 + \frac{1}{100} \right) = 10\,000 \cdot \frac{101}{100} = 100 \cdot 101 = 10\,100$ лв.

След втората година сумата ще нарасне на

$$10\,100 \left(1 + \frac{1}{100} \right) = 10\,100 \cdot \frac{101}{100} = 101\,101 = 10\,201 \text{ лв.}$$

След третата година сумата ще нарасне на

$$10\,201 \left(1 + \frac{1}{100} \right) = 10\,201 \cdot \frac{101}{100} = 102\,011 = 10\,303,01 \text{ лв.}$$

Задача 5. Отг. Е). Нека броят на учениците е x . Тъй като всеки от тях е дал първоначално по 3 лв., а след това по още 2 лв., то събраните пари са $(3x + 2x)$ лв. От условието следва, че сметката е $(3x + 2x - 3)$ лв. и $(3x + 2x - 3) - 3x = 9$ лв., т.е. $2x - 3 = 9$. Оттук $2x = 12$ и $x = 6$ ученици. Сметката е $3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 3 = 18 + 12 - 3 = 27$ лв. и една пица струва $27 : 6 = 4,50$ лв.

Задачата може да се реши и така: нека броят на учениците е x . Тъй като всеки от тях е дал първоначално по 3 лв., а след това по още 2 лв., то събраните пари са $(3x + 2x)$ лв. От условието следва, че сметката е $(3x + 2x - 3)$ лв. Следва също, че $(3x + 2x - 3) - 3x = 9$ лв., т.е. $2x - 3 = 9$. Оттук $2x = 12$ и следователно $x = 6$. Сметката е $3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 3 = 18 + 12 - 3 = 27$ лв. Една пица струва $27 : 6 = 4,50$ лв.

Задача 6. Отг. 286. От условието, че 50 клавиатури и 42 безжични мишки струват 1787 лв., следва (като увеличим покупката 2 пъти), че 100 клавиатури и 84 безжични мишки струват $1787 \cdot 2 = 3574$ лв. От условието, че 5 клавиатури и 4 мишки струват 177 лв., следва (като увеличим покупката 21 пъти), че 105 клавиатури и 84 мишки струват $177 \cdot 21 = 3717$ лв. От друга страна, $3717 - 3574 = 143$ лв. Оттук заключаваме, че 5 клавиатури струват 143 лв. и следователно 10 клавиатури струват $143 \cdot 2 = 286$ лв.

Задачата може да се реши и с въвеждане на неизвестни. Нека цените на една клавиатура и една мишка са съответно x лв. и y лв. От условието на задачата следва, че $50x + 42y = 1787$ лв. и $5x + 4y = 177$ лв. От второто уравнение получаваме $50x + 40y = 1770$ лв. Тогава $2y = 1787 - 1770 = 17$ лв. и следователно една мишка струва $17 : 2 = 8,50$ лв. От уравнението $5x + 4y = 177$ намираме $5x + 4 \cdot 8,50 = 177$, т.е. $5x + 34 = 177$ и $5x = 177 - 34 = 143$. Заключаваме, че една клавиатура струва $143 : 5 = 28,60$ лв., а 10 клавиатури струват $28,60 \cdot 10 = 286$ лв.

Задача 7. Отг. 1058,72 лв. Сборът от начисленията е:

$$920 + 36,80 + 36 + 316 + 35 + 20,65 = 1364,45 \text{ лв.}$$

(2 точки).

Сборът от удържките е:

$$117,71 + (2,2\% + 3,2\% + 7,98\% + 0,4\%) \text{ от } 1364,45 =$$

(3 точки)

$$= 117,71 + 13,78\% \text{ от } 1364,45 =$$

(1 точка)

$$\begin{aligned}
 &= 117,71 + 0,1378 \cdot 1364,45 = & (1 \text{ точка}) \\
 &= 117,71 + 188,02 = & (1 \text{ точка}) \\
 &= 305,73 \text{ лв.} & (1 \text{ точка}) \\
 &\text{Получените пари по сметката са } 1364,45 - 305,73 = 1058,72 \text{ лв.} & (1 \text{ точка})
 \end{aligned}$$

Решения на задачите за VII клас

Задача 1. Отг. В). Абонаментите за списанията са:

$$\begin{aligned}
 &\text{„Бизнес и пари“} - 9,5 \cdot 10^5 = 950\,000; \\
 &\text{„За семейството“} - 5,0 \cdot 10^6 = 5\,000\,000; \\
 &\text{„Мода и дизайн“} - 9,0 \cdot 10^5 = 900\,000; \\
 &\text{„Само за тийнейджъри“} - 2,4 \cdot 10^6 = 2\,400\,000.
 \end{aligned}$$

Верният отговор е **В)**, защото $5\,000\,000 > 2\,400\,000 > 950\,000 > 900\,000$.

Задача 2. Отг. Д). Нека първоначалната цена на стоката е a лв. ($a > 0$), а януарското увеличение е $x\%$. Цената на стоката след коледното намаление е

$$N = (100\% - 20\%)a = 80\%a = 0,8a.$$

Цената на стоката след януарското увеличение е $M = (100 + x)\% \cdot N = (100 + x)\% \cdot 0,8a$.

По условие цената на стоката след двете промени е $M = 112\% \cdot a$ и след приравняване на изразите за M получаваме уравнението

$$(100 + x)\% \cdot 0,8a = 112\% \cdot a \Leftrightarrow 80 + 0,8x = 112 \Leftrightarrow 0,8x = 32, \text{ чието решение е } x = 40\%.$$

Задача 3. Отг. С). Ако скиорът използва ежедневно оборудване за три дни, той ще заплати $3 \cdot 15 = 45$ лв. Процентът от цената, който ще спести при тридневно оборудване, е $\frac{45 - 36}{45} \cdot 100\% = \frac{9}{45} \cdot 100\% = 20\%$.

Задача 4. Отг. С). Благоевград $8^\circ - (-5^\circ) = 13^\circ$; Бургас $7^\circ - (-2^\circ) = 9^\circ$; Варна $8^\circ - (-1^\circ) = 9^\circ$; Велико Търново $6^\circ - (-6^\circ) = 12^\circ$; Видин $10^\circ - (-4^\circ) = 14^\circ$; Враца $9^\circ - (-4^\circ) = 13^\circ$; Габрово $5^\circ - (-7^\circ) = 12^\circ$; Добрич $6^\circ - (-3^\circ) = 9^\circ$; Кърджали $7^\circ - (-3^\circ) = 10^\circ$; Кюстендил $10^\circ - (-4^\circ) = 14^\circ$; Ловеч $8^\circ - (-2^\circ) = 10^\circ$; Монтана $9^\circ - (-1^\circ) = 10^\circ$; Пазарджик $13^\circ - (-3^\circ) = 16^\circ$; Перник $9^\circ - (-4^\circ) = 13^\circ$; Плевен $8^\circ - (-2^\circ) = 10^\circ$; Пловдив $8^\circ - (-2^\circ) = 10^\circ$; Разград $5^\circ - (-2^\circ) = 7^\circ$; Русе $4^\circ - (-3^\circ) = 7^\circ$; Силистра $5^\circ - (-2^\circ) = 7^\circ$; Сливен $7^\circ - (-1^\circ) = 8^\circ$; Смолян $8^\circ - (-6^\circ) = 14^\circ$; София $3^\circ - (-3^\circ) = 6^\circ$; Стара Загора $10^\circ - (-4^\circ) = 14^\circ$; Търговище $7^\circ - (-2^\circ) = 9^\circ$; Хасково $10^\circ - (-4^\circ) = 14^\circ$; Шумен $7^\circ - (-3^\circ) = 10^\circ$; Ямбол $9^\circ - (-4^\circ) = 13^\circ$. Най-голяма разлика между максималната и минималната температура през месец декември е в Пазарджик ($13^\circ - (-3^\circ) = 16^\circ$), а най-малка е разликата в София ($3^\circ - (-3^\circ) = 6^\circ$).

Задача 5. Отг. В). Средната за месеца най-ниска температура намираме като средноаритметично на дадените 27 отрицателни (средни за града месечни) температури. Тя е равна на

$$\frac{3 \cdot (-1) + 7 \cdot (-2) + 6 \cdot (-3) + 7 \cdot (-4) + (-5) + 2 \cdot (-6) + (-7)}{27} = \frac{-87}{27} \approx -3,222... \approx -3^\circ.$$

А средната за месеца най-висока температура намираме като средноаритметично на дадените 27 положителни температури

$$\frac{3 + 4 + 3.5 + 2.6 + 5.7 + 6.8 + 4.9 + 4.10 + 13}{27} = \frac{206}{27} \approx 7,62963... \approx 8^\circ.$$

Задача 6. Отг. 4,2%. В края на третата година внесената сума по кредита ще бъде 36.222,44 = 8007,84 лв.

Надвнесената сума е $8007,84 - 7000 = 1007,84$ лв. и $\frac{1007,84}{7000} = 0,1439771$, което в проценти е $14,39771\% \approx 14,4\%$.

Във втория случай в края на четвъртата година внесената сума по кредита ще бъде 48.172,98 = 8303,04 лв. Надвнесената сума е $8303,04 - 7000 = 1303,04$ лв. и $\frac{1303,04}{7000} = 0,1861485$, което в проценти е $18,61485\% \approx 18,6\%$.

Разликата в процентните увеличения е $18,6 - 14,4 = 4,2\%$.

Задача 7. Отг. (2,9,10,19). Нека цените в лева на четирите стоки са означени, както следва $1 < a < b < c < d$ (**1 точка**). От условието на задачата следва, че $a + b = 11$ и $c + d = 29$ (**1 точка**). За втория по големина сбор по двойки е изпълнено $a + c \geq 12$ и тъй като по условие има двойка, сборът от цените в която е 12, то $a + c = 12$ (**1 точка**). Оттук $a = 12 - c$ и следователно $11 = a + b = 12 - c + b$, т.е. $c = b + 1$ (**1 точка**). Като използваме, че $c + d = 29$, намираме $b + 1 + d = 29$, откъдето $d = 28 - b = 28 - (11 - a) = a + 17$ (**1 точка**). С помощта на направените разсъждения уточняваме подреждането на цените по следния начин: $a < b < b + 1 < a + 17$ (**1 точка**). Възможни са няколко случая (**2 точки**)

a	2	3	4	5
b	9	8	7	6

За четирите числа получаваме (2,9,10,19), (3,8,9,20), (4,7,18,21) или (5,6,7,22) (**1 точка**). Само от четворката (2,9,10,19) може да се образува двойка със сбор 21 ($2 + 19 = 21$), каквато съществува по условие. Следователно именно тази четворка е решението на задачата. (**1 точка**)

Решения на задачите за VIII клас

Задача 1. Отг. В). Задачата се свежда до определяне броя на центровете, за които сборът на най-високата и най-ниската температура е отрицателно число. Съответните сборове са, както следва: Благоевград $8^\circ + (-5^\circ) = 3^\circ$; Бургас $7^\circ + (-2^\circ) = 5^\circ$; Варна $8^\circ + (-1^\circ) = 7^\circ$; Велико Търново $6^\circ + (-6^\circ) = 0^\circ$; Ви-

дин $10^{\circ} + (-4^{\circ}) = 6^{\circ}$; Враца $9^{\circ} + (-4^{\circ}) = 5^{\circ}$; Габрово $5^{\circ} + (-7^{\circ}) = -2^{\circ}$; Добрич $6^{\circ} + (-3^{\circ}) = 3^{\circ}$; Кърджали $7^{\circ} + (-3^{\circ}) = 4^{\circ}$; Кюстендил $10^{\circ} + (-4^{\circ}) = 6^{\circ}$; Ловеч $8^{\circ} + (-2^{\circ}) = 6^{\circ}$; Монтана $9^{\circ} + (-1^{\circ}) = 8^{\circ}$; Пазарджик $13^{\circ} + (-3^{\circ}) = 10^{\circ}$; Перник $9^{\circ} + (-4^{\circ}) = 5^{\circ}$; Плевен $8^{\circ} + (-2^{\circ}) = 6^{\circ}$; Пловдив $8^{\circ} + (-2^{\circ}) = 6^{\circ}$; Разград $5^{\circ} + (-2^{\circ}) = 3^{\circ}$; Русе $4^{\circ} + (-3^{\circ}) = 1^{\circ}$; Силистра $5^{\circ} + (-2^{\circ}) = 3^{\circ}$; Сливен $7^{\circ} + (-1^{\circ}) = 6^{\circ}$; Смолян $8^{\circ} + (-6^{\circ}) = 2^{\circ}$; София $3^{\circ} + (-3^{\circ}) = 0^{\circ}$; Стара Загора $10^{\circ} + (-4^{\circ}) = 6^{\circ}$; Търговище $7^{\circ} + (-2^{\circ}) = 5^{\circ}$; Хасково $10^{\circ} + (-4^{\circ}) = 6^{\circ}$; Шумен $7^{\circ} + (-3^{\circ}) = 4^{\circ}$; Ямбол $9^{\circ} + (-4^{\circ}) = 5^{\circ}$. Единствено за Габрово сборът ($5^{\circ} + (-7^{\circ}) = -2^{\circ}$) е отрицателен.

Задача 2. Отг. В). Нека първоначалната цена на стоката е a лв. ($a > 0$). След първото намаление цената е $N = (100\% - 20\%)a = 80\%a = 0,8a$, а след второто намаление тя е $M = (100 - 10)\% \cdot N = 0,72a$. Тъй като по условие $M = 216$, след приравняване на изразите за M получаваме уравнението $0,72a = 216 \Leftrightarrow a = \frac{216 \cdot 100}{72} = 300$ лв.

Задача 3. Отг. D). Производствените разходи са $400 + 200 = 600$ лв. Оставащата сума след продажбата на билетите е $2000 \cdot 2 - 600 = 4000 - 600 = 3400$ лв.

Сумата за печалби е $3 \cdot 100 + 6 \cdot 50 + 10 \cdot 20 + 15 \cdot 5 + 30 \cdot 2 = 935$ лв., а търсеният процент е $\frac{935}{3400} \cdot 100 = 27,5\%$.

Задача 4. Отг. Е). Тъй като $10\% + 28\% + 42\% = 80\%$, останалите посетители са 20% от 100 , т.е. 20 души. Ако техният среден престой в супермаркета е x min, то

$$\frac{10 \cdot 15 + 28 \cdot 20 + 42 \cdot 25 + 20 \cdot x}{100} = \frac{150 + 560 + 1050 + 20x}{100} = 24,6 \Rightarrow 20x = 2460 - 1760$$

и оттук $x = \frac{700}{20} = 35$ min.

Задача 5. Отг. D). Оставащата сума след първата вноска е $12\,000 - 1050 = 10\,950$ лв. Втората вноска е $1000 + 5\% \text{ от } \frac{1}{12} \cdot 10\,950 = 1045,625 \approx 1045,62$ лв. и оставащата сума е $10\,950 - 1045,62 = 9904,38$ лв. Третата вноска е

$$1000 + 5\% \cdot \frac{1}{12} \cdot 9904,38 = 1041,26825 \approx 1041,27 \text{ лв.}$$

Задача 6. Отг. 2,5%. След изтеглянето на 5000 лв. сумата в банката става $(45\,000 + p\% \text{ от } 50\,000)$ лв.

След една година сумата става $(45\,000 + p\% \text{ от } 50\,000 + p\% \text{ от } (45\,000 + p\% \text{ от } 50\,000))$ лв.

Получаваме уравнението

$$5p^2 + 950p - 2406,25 = 0 \Leftrightarrow p^2 + 190p - 481,25 = 0$$

$$p_{1,2} = -95 \pm \sqrt{9506,25} \Rightarrow p_{1,2} = -95 \pm 97,5 \Rightarrow p_1 = 2,5; p_2 = -192,5.$$

Оттук заключаваме, че $p = 2,5\%$.

Задача 7. Отг. 3, 9, 23. Нека цената на една фланелка е x лв. Тогава цената на две фланелки е $1,5x$ лв. Нека бройката на двойките фланелки е y . **(0,5 точки)**. От условието на задачата следва, че $x + 1,5xy = 175$, където x и y са естествени числа. **(0,5 точки)**. Като умножим двете страни по 2, стигаме до диофантовото уравнение $x(2 + 3y) = 350$. **(1 точка)**. От разлагането $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$ стигаме до извода, че възможностите за множителя x са: $x = 10$, $x = 14$, $x = 25$, $x = 35$, $x = 50$ и $x = 70$. **(1 точка)**. По-нататък задачата се решава с проверката на тези възможности:

Ако $x = 10$, то $2 + 3y = 35$ и $y = 11$. **(1 точка)**

Ако $x = 14$, то $2 + 3y = 25$ и $3y = 23$, което не води до решение, защото дясната страна не се дели на 3. **(1 точка)**

Ако $x = 25$, то $2 + 3y = 14$ и $y = 4$. **(1 точка)**

Ако $x = 35$, то $2 + 3y = 10$ и $3y = 8$, което също не води до решение, защото дясната страна не се дели на 3. **(1 точка)**

Ако $x = 50$, то $2 + 3y = 7$ и $3y = 5$, което отново не води до решение, защото дясната страна не се дели на 3. **(1 точка)**

Ако $x = 70$, то $2 + 3y = 5$ и $y = 1$. **(1 точка)**

Заключаваме, че възможностите за броя на закупените фланелки са 3, 9 и 23. **(1 точка)**

Решения на задачите за IX клас

Задача 1. Отг. В). Нека месечният доход е x лв. Тогава разходите за храна са 1000 лв., разходите за битови нужди са $0,05x$, другите разходи са $0,14x$. Следователно $x - 1000 - 0,05x - 14x = 620$ и оттук $0,81x = 1620 \Rightarrow x = 2000$ лв.

Задача 2. Отг. В). Ще означаваме със същите букви A и B цените в лева на двата продукта. Тогава новите цени в лева ще бъдат съответно $1,07A$ лв. и $0,95B$ лв. От условието на задачата имаме $4 \cdot 1,07A + 6 \cdot 0,95B = 4A + 6B$ и оттук:

$$0,28A = 0,3B \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{0,3}{0,28} = \frac{30}{28} = \frac{15}{14}.$$

Ако двете цени са минимални, то и общата сума ще бъде минимална. От друга страна, двете цени са цели числа и заключаваме, че A трябва да е 15 лв., а B трябва да е 14 лв. Следователно минималната сума от цените е $15 + 14 = 29$ лв.

Задача 3. Отг. Е). Нека x са химикалите от първи вид, а y са тези от втория. Тогава

$$3x + 4,20y = 55,80 \Rightarrow 30x + 42y = 558 \Rightarrow 5x + 7y = 93.$$

Ясно е, че стратегията трябва да бъде да се закупят възможно по-малко химикалки от по-скъпите, т.е. от втория вид. Полученото диофантово уравнение се решава, като даваме стойности на y последователно 1, 2, 3 и т.н. При $y = 1$ получаваме $5x = 86$, което не води решение, защото числото 86 не се дели на 5. Аналогично, при $y = 2$ и $y = 3$ получаваме съответно $5x = 79$ и $5x = 72$. Отново не стигаме до решения, защото числата 79 и 72 не се делят на 5. При $y = 4$ имаме $5x = 65$, откъдето $x = 13$. Следователно максималният общ брой химикалки, които могат да се купят, е $4 + 13 = 17$.

Задача 4. Отг. В). След като за юни сметката е 72 лв., то за юли тя е $72 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ лв., а за август е $72 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{1,5p}{100}\right)$. От условието на задачата следва, че:

$$72 - 72 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{1,5p}{100}\right) = 4,68 \Rightarrow 1 - \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{1,5p}{100}\right) = 0,065 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3p^2 + 100p - 1300 = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{130}{3}, p_2 = 10.$$

Следователно $p = 10\%$. Сметката за юли е $72 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 72 \cdot 1,1 = 79,20$ лв.

Задача 5. Отг. С). В края на третия месец основната сума е $200\,000 - 3 \cdot 10 = 199\,970$ лв.

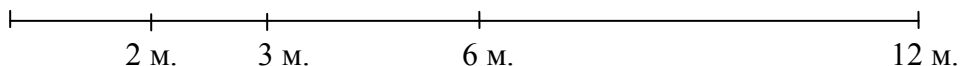
Месечният лихвен процент е $\frac{1,2}{12} = 0,1\%$. Следователно начислените лихви са:

$$200\,000 \cdot \frac{0,1}{100} + 199\,990 \cdot \frac{0,1}{100} + 199\,980 \cdot \frac{0,1}{100} = 599\,970,001 = 599,97 \text{ лв.}$$

Общо натрупаната сума е $199\,970 + 599,97 = 200\,569,97 \approx 200\,570$ лв.

Задача 6. Отг. 4616,71 лв.

5000 лв. 4400 лв. 4600 лв. 4600 лв.



Лихвеният процент за първите 6 месеца е $\frac{0,3}{12} = 0,025\%$ на месец, а за следващите 6 месеца той е $1,4 \cdot 0,025 = 0,035\%$ на месец. Основната сума в края на 12-ия месец е 4600 лв. Лихвите са:

$$L_1 = 5000 \cdot \frac{0,025}{100} \cdot 2 = 2,50 \text{ лв.}; \quad L_2 = 4400 \cdot \frac{0,025}{100} = 1,10 \text{ лв.}; \\ L_3 = 4600 \cdot \frac{0,025}{100} \cdot 3 = 3,45 \text{ лв.}; \quad L_4 = 4600 \cdot \frac{0,035}{100} \cdot 6 = 9,66 \text{ лв.}$$

Тогава

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 2,50 + 1,10 + 3,45 + 9,66 = 16,71 \text{ лв.}$$

Натрупаната сума по влога в края на периода е $4600 + 16,71 = 4616,71$ лв.

Задача 7. Нека:

n – брой намаления на годишната вноса по застраховката с K лв.

m – брой увеличения на годишната вноса по застраховката с K лв.

l – брой намаления на годишната вноса по застраховката с $2K$ лв.

От 2015 г. до 2020 г. има 5 прехода и следователно $n + m + l = 5 \Rightarrow l = 5 - m - n$.

$$1500 - nK + mK - 2lK = 1400, \quad nK + 2lK - mK = 100, \quad (n + 2l - m)K = 100, \\ (n + 2(5 - m - n) - m)K = 100, \quad (10 - n - 3m)K = 100 \text{ (1 точка).}$$

Тъй като $(10 - n - 3m) \leq 10$ е цяло число, то числото $\frac{100}{K}$ трябва също да

е цяло. Възможностите са $K = 10, 20, 25, 50$ и 100 . Веднага се изключва вариантът $K = 10$, тъй като тогава трябва $10 - n - 3m = 10$ и $n = m = 0$. Но ако n и m са нули, трябва l да е 5, което е практически нереализуемо (1 точка). Разглеждаме следните случаи.

Случай 1. $K = 20$. Тогава $10 - n - 3m = 5, n + 3m = 5 \Rightarrow n = 2, m = 1, l = 2$.
(1 точка)

Случай 2. $K = 25$. Тогава $10 - n - 3m = 4, n + 3m = 6 \Rightarrow n = 3, m = 1, l = 1$.
(1 точка)

Случай 3. $K = 50$. Тогава $10 - n - 3m = 2, n + 3m = 8 \Rightarrow n = 2, m = 2, l = 1$.
(1 точка)

Случай 4. $K = 100$. Тогава $10 - n - 3m = 1, n + 3m = 9 \Rightarrow n = 3, m = 2, l = 0$.
(1 точка)

По-горе сме разгледали само онези цели решения, които отговарят на условията в задачата.

Примерни реализации на четирите възможни стойности на K :

Година	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.	2019 г.	2020 г.	
Случай 1	1500 лв.	1480 лв.	1460 лв.	1420 лв.	1380 лв.	1400 лв.	1 точка
Случай 2	1500 лв.	1475 лв.	1450 лв.	1400 лв.	1425 лв.	1400 лв.	1 точка
Случай 3	1500 лв.	1450 лв.	1400 лв.	1300 лв.	1350 лв.	1400 лв.	1 точка
Случай 4	1500 лв.	1400 лв.	1300 лв.	1400 лв.	1500 лв.	1400 лв.	1 точка

Решения на задачите за X клас

Задача 1. Отг. D). Основната сума по влога в края на дванадесетия месец е

1500 лв. Лихвата за първите два месеца е $L_1 = 1200 \cdot \frac{0,6}{100} \cdot \frac{2}{12} = 1,20$ лв. Лихвата за следващите четири месеца е $L_2 = 1500 \cdot \frac{0,6}{100} \cdot \frac{4}{12} = 3$ лв. Лихвата за

последните шест месеца е $L_3 = 1500 \cdot \frac{0,3}{100} \cdot \frac{6}{12} = 2,25$ лв. Натрупаната сума по влога е равна на $1500 + L_1 + L_2 + L_3 = 1506,45$ лв.

Задача 2. Отг. Д). Сумата по влога в края на първата година е равна след олихвяване на $10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 10\,300$ лв. От нея са изтеглени K лв. и следователно сумата по влога в края на втората година е равна след олихвяване на $(10\,300 - K) \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 10\,609 - 1,03K$ лв. За да е възможно второто теглене, трябва $10\,609 - 1,03K \geq K$, откъдето $2,03K \leq 10\,609$; $K \leq 5226,11 \dots$ Максималната възможна стойност на K е 5226 лв.

Задача 3. Отг. В). Нека заличената парична сума е x лв. Тъй като сумите са подредени в низходящ ред, то $x \in \{17, 18, 19, 20, 21, 22\}$. Средната парична сума, похарчена от един участник в екскурзията, е равна на

$$\frac{3.30 + 1.28 + 5.23 + 15x + 23.16 + 28.12 + 18.9 + 7.3 + 5.2 + 7.1 + 9.0}{121} = \frac{1137 + 15x}{121}.$$

Похарчената сума от 61-вия ученик (при подредбата им в низходящ ред) е 12 лв. (шести ред на таблицата). Тогава $\frac{1137 + 15x}{121} = 12$; $15x = 1452 - 1137$; $15x = 315$, откъдето $x = 21$ лв.

Задача 4. Отг. С). Нека месечният доход на домакинство А е x лв. Тогава разходите за храна, битови и други нужди са равни на $(0,25 + 0,09 + 0,25)x = 0,59x$ лв., а спестената сума е $x - 0,59x = 0,41x$ лв. Аналогично нека месечният доход на домакинство В е y лв. Тогава разходите за храна, битови и други нужди са равни на $(0,25 + 0,10 + 0,175)y = 0,525y$ лв., а спестената сума е $y - 0,525y = 0,475y$ лв.

Домакинство	Храна	Битови нужди	Спестяване	Други нужди
А	25%	9%	41%	25%
В	25%	10%	47,5%	17,5%

От условието на задачата следва, че $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{9}{7} \\ 0,41x + 0,475y = 2806 \end{cases}$. Решението

на системата е $x = 3600$, $y = 2800$. Общите разходи за битови нужди на двете домакинства са $0,09 \cdot 3600 + 0,10 \cdot 2800 = 604$ лв.

Задача 5. Отг. А). Сумата по проект А в края на първата година е

$$200\,000 + 200\,000 \cdot \frac{4}{100} = 200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right) \text{ лв.}$$

В края на втората година сумата е $200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$ лв., а в края на третата година тя е $200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3 = 0,2 \cdot 104^3 = 0,2 \cdot 1\,124\,864 = 224\,972,80$ лв.

Сумата по проект В в края на първата година е $200\,000 + 200\,000 \cdot \frac{4,5}{100} - 1050 = 200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050 = \left(200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050\right)$ лв.
В края на втората година сумата е $\left(\left(200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050\right) \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050\right)$ лв., а в края на третата година тя е

$$\begin{aligned} & \left(\left(200\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050\right) \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050\right) \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right) - 1050 = \\ & = \left((2000 \cdot 104,5 - 1050) \cdot \frac{104,5}{100} - 1050\right) \cdot \frac{104,5}{100} - 1050 = \\ & = ((20 \cdot 104,5 - 10,5) \cdot 104,5 - 1050) \cdot \frac{104,5}{100} - 1050 = 216\,257,75 \cdot \frac{104,5}{100} - 1050 = \\ & = 2162,5775 \cdot 104,5 - 1050 = 225\,989,34 - 1050 = 224\,939,34 \text{ лв.} \end{aligned}$$

Тогава търсената разлика на реинвестираните суми по двата проекта в началото на четвъртата година е $224\,972,80 - 224\,939,34 = 33,46$ лв.

Задача 6. Отг. 58. Нека от трите вида картофи са закупени съответно x kg, y kg и z kg. Тогава $0,5x + 0,6y + 0,7z = 29,30$ kg. Оттук, като умножим двете страни на равенството по 10, получаваме диофантовото уравнение $5x + 6y + 7z = 293$. Следователно $x + y + z = \frac{293 - y - 2z}{5}$. За да бъде общото количество $x + y + z$ възможно най-голямо и да е цяло число, трябва изразът $\frac{293 - y - 2z}{5}$ да е с възможно най-голяма стойност и да е цяло число.

Тъй като от 293 се изважда неотрицателното число $y + 2z$, заключаваме, че оптималният вариант е $y + 2z = 3$. Оттук $y = 1$, $z = 1$ или $y = 3$, $z = 0$. Тогава възможно най-голямото количество картофи е $x + y + z = \frac{290}{5} = 58$ kg.

Задача 7. Ще докажем, че търсеният брой е 4 (**1 точка**). Да допуснем, че можем да изберем 5 различни мартеници с цени в лева n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 ,

които са с исканите свойства и са такива, че $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 \leq 23$. Ако p_i е прост делител на n_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), то $p_i \leq n_i$ и следователно $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 \leq 23$ (**2 точки**). Освен това числата p_i са различни помежду си (**1 точка**). Но това е невъзможно, защото сборът на първите 5 прости числа е $28 > 23$. Наистина $2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 28$ (**4 точки**). Заключаваме, че търсеният брой е най-много 4. Ето пример на 4 цени в лева, които изпълняват условието на задачата: $2 + 5 + 7 + 9 = 23$ (**2 точки**).

Решения на задачите за XI клас

Задача 1. Отг. В). Намалението е $109,95 - 65,97 = 43,98$ лв.

$$\frac{\text{намаление в абсолютна стойност}}{\text{първоначална цена}} \cdot 100 = \frac{43,98}{109,95} \cdot 100 = 0,4 \cdot 100 = 40\%.$$

Задача 2. Отг. А). В случая началният капитал е $K = 100\,000$ лв., лихвеният процент е $p = 7,5\%$ и лихвата за $n = 16$ месеца съгласно обясненията след темата е

$$K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{12} = 100\,000 \cdot \frac{7,5}{100} \cdot \frac{16}{12} = 1000 \cdot 2,5 \cdot 4 = 1000 \cdot 10 = 10\,000 \text{ лв.}$$

Задача 3. Отг. А). Като използваме формулата от обясненията след темата

$$F = K \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{12} \right), \text{ където } K = 1500 \text{ лв. е началният капитал за двата слу-}$$

чая, $p = 3\%$ и $n = 8$ месеца в единия случай, а $n = 6$ месеца и лихвеният процент $p\%$ остава неизвестен във втория случай, приравняването на нарасна-

$$\text{лите капитали води до равенството } 1500 \left(1 + \frac{3}{100} \cdot \frac{8}{12} \right) = 1500 \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{6}{12} \right).$$

$$\text{Оттук } 1,02 = \frac{200 + p}{200} \text{ и } 204 = 200 + p. \text{ Следователно } p = 4\%.$$

Задача 4. Отг. D). Изплащането на равни месечни вноски означава, че трябва да се използва формулата за погасителни вноски $V = K \cdot \frac{q^n(q-1)}{q^n-1}$ лв.,

където $K = 60\,000$ лв. е началният капитал, $p = \frac{6}{12}\% = 0,5\%$ е лихвеният

процент за един месец, т.е. за един период, $q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{0,5}{100} = 1,005$ и

$n = 4 \cdot 12 = 48$ месеца е броят на периодите. Имаме

$$V = 60000 \cdot \frac{1,005^{48} \cdot 0,005}{1,005^{48} - 1} \text{ лв.}$$

Ако се работи с обикновен калкулатор, последователно се получава:

$$\begin{aligned}
 1,005^2 &= 1,010025 ; 1,005^4 = 1,010025^2 = 1,0201505 ; \\
 1,005^8 &= 1,0201505^2 = 1,040707 ; \\
 1,005^{16} &= 1,040707^2 = 1,083071 ; 1,005^{32} = 1,083071^2 = 1,1730427 ; \\
 1,005^{48} &= 1,005^{32} \cdot 1,005^{16} = 1,1730427 \cdot 1,083071 = 1,2704885 ; \\
 60\,000 \cdot 0,005 \cdot 1,005^{48} &= 300 \cdot 1,2704885 = 381,14655 ; \\
 1,005^{48} - 1 &= 1,2704885 - 1 = 0,2704885 ; \\
 V &= 60000 \cdot \frac{1,005^{48} \cdot 0,005}{1,005^{48} - 1} = \frac{381,14655}{0,2704885} = 1409,1044 \approx 1409,10 \text{ лв.}
 \end{aligned}$$

Ако резултатите от междинните пресмятания се закръгляват до втория знак след десетичната запетая, последователно имаме:

$$\begin{aligned}
 1,005^2 &= 1,010025 \approx 1,01 ; 1,005^4 = 1,01^2 = 1,0201 \approx 1,02 ; \\
 1,005^8 &= 1,02^2 = 1,0404 \approx 1,04 ; \\
 1,005^{16} &= 1,04^2 = 1,0816 \approx 1,08 ; 1,005^{32} = 1,08^2 = 1,1664 \approx 1,17 ; \\
 1,005^{48} &= 1,005^{32} \cdot 1,005^{16} = 1,17 \cdot 1,08 = 1,2636 \approx 1,26 . \\
 60\,000 \cdot 0,005 \cdot 1,005^{48} &= 300 \cdot 1,26 = 378 ; \\
 1,005^{48} - 1 &= 1,26 - 1 = 0,26 ; \\
 V &= 60000 \cdot \frac{1,005^{48} \cdot 0,005}{1,005^{48} - 1} = \frac{378}{0,26} = 1453,8461 \approx 1453,85 \text{ лв.}
 \end{aligned}$$

И в двата случая резултатът попада в интервала [1400;1500).

Задача 5. Отг. Д). Означаваме началната месечна заплата на Васко с x лв. От началото на 2017 г. до началото на 2020 г. са изминали 3 години. Васко е атестиран положително три пъти и е получил три увеличения на месечната заплата (в края на 2017 г., в края на 2018 г. и в края на 2019 г.) с 5%, които са капитализирани. Следователно можем да използваме формулата за сложна лихва: $2778,30 = x \cdot (1 + 0,05)^3$, откъдето

$$x = \frac{2778,30}{(1 + 0,05)^3} \text{ лв.}$$

Ако се работи с обикновен калкулатор, последователно се получава:

$$\begin{aligned}
 1,05^2 &= 1,1025 ; 1,05^3 = 1,05^2 \cdot 1,05 = 1,1025 \cdot 1,05 = 1,157625 ; \\
 x &= \frac{2778,30}{(1 + 0,05)^3} = \frac{2778,30}{1,157625} = 2400 \text{ лв.}
 \end{aligned}$$

Ако резултатите от междинните пресмятания се закръгляват до втория знак след десетичната запетая, последователно имаме:

$$1,05^2 = 1,1025 \approx 1,10 ; 1,05^3 = 1,05^2 \cdot 1,05 = 1,10 \cdot 1,05 = 1,155 \approx 1,16 ;$$

$$x = \frac{2778,30}{(1+0,05)^3} = \frac{2778,30}{1,16} = 2395,0862 \approx 2395,09 \text{ лв.}$$

И в двата случая резултатът попада в интервала (2300; 2400].

Задача 6. Отг. 25%. Равният процент намаление на годишните продажби спрямо предходната година означава капитализиране броя на продадените тротинетки и следователно, ако $p\%$ е търсеният процент, то

$$657 = 1168 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2. \text{ Оттук } \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = \frac{657}{1168} = \frac{73.9}{73.16} = \frac{9}{16} \text{ и следователно } 1 - \frac{p}{100} = \frac{3}{4}, \text{ т.е. } 100 - p = 75 \text{ и } p = 25\%.$$

Задача 7. Отг. 6. Ще докажем, че търсеният брой е 6 (**1 точка**). Да допуснем, че можем да изберем 7 различни книги с цени в лева $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7$, които са с исканите свойства и са такива, че $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 \leq 49$ (**2 точки**). Ако p_i е прост делител на n_i ($i = 1, 2, \dots, 7$), то $p_i \leq n_i$ и следователно $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 \leq 49$. Освен това числата p_i са различни помежду си (**1 точка**). Но това е невъзможно, защото сборът на първите 7 прости числа е $58 > 49$. Наистина $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 = 58$ (**4 точки**). Заключаваме, че търсеният брой е най-много 6. Ето пример на 6 цени в лева, които изпълняват условието на задачата: $4 + 9 + 5 + 7 + 11 + 13 = 49$ (**2 точки**).

Решения на задачите за XII клас

Задача 1. Отг. В). От условието на задачата следва, че началният капитал е $K = 1000$ лв., годишната лихва е $p = 4\%$ и броят на месеците е $n = 8$. Тогава от формулата за нарасналия капитал в случая на просто олихвяване получаваме

$$F = 1000 \left(1 + \frac{4}{100} \cdot \frac{8}{12}\right) = 10 \left(\frac{308}{3}\right) = 1026,6666\dots \approx 1027 \text{ лв.}$$

Задача 2. Отг. Д). За застрахователната вноска през шестата година получаваме

$$480.1.0,99.0,98.0,97^3 = 425,02815 \text{ лв.,}$$

което попада в интервала (420; 430].

Задача 3. Отг. Е). Нека цената на продукта преди начисляването на ДДС е x лв. Тогава

$$x + 0,2x = 73,80 \text{ и оттук } x = \frac{73,80}{1,2} = 61,50 \text{ лв. Стойността на ДДС е: } 73,80 - 61,50 = 12,30 \text{ лв.}$$

Задача 4. Отг. С). От условието на задачата следва, че началният капитал е $K = 12\,000$ лв., лихвеният процент за период от 24 месеца е $p_1 = 6\%$, а за

следващата половина от погасителния период той е $p_2 = 12\%$. Тогава от формулата за нарасналия капитал F в случая на сложно олихвяване получаваме

$$F = 12\,000 \left(1 + \frac{6}{100} \cdot \frac{1}{12}\right)^{24} \left(1 + \frac{12}{100} \cdot \frac{1}{12}\right)^{24} = 12\,000 \cdot 1,005^{24} \cdot 1,01^{24} \text{ лв.}$$

Ако се работи с обикновен калкулатор, последователно имаме:

$$1,005^2 = 1,010025; 1,005^4 = 1,010025^2 = 1,0201505;$$

$$1,005^8 = 1,0201505^2 = 1,040707;$$

$$1,005^{16} = 1,040707^2 = 1,083071;$$

$$1,005^{24} = 1,005^{16} \cdot 1,005^8 = 1,083071 \cdot 1,040707 = 1,1271595.$$

$$1,01^2 = 1,0201; 1,01^4 = 1,0201^2 = 1,040604;$$

$$1,01^8 = 1,040604^2 = 1,0828566;$$

$$1,01^{16} = 1,0828566^2 = 1,1725784;$$

$$1,01^{24} = 1,01^{16} \cdot 1,01^8 = 1,1725784 \cdot 1,0828566 = 1,2697342.$$

Тогава

$$F = 12\,000 \cdot 1,005^{24} \cdot 1,01^{24} = 12\,000 \cdot 1,1271595 \cdot 1,2697342 = 12\,000 \cdot 1,4311929 = 17\,174,314 \approx 17\,174,31 \text{ лв.}$$

Ако резултатите от междинните пресмятания се закръгляват до втория знак след десетичната запетая, последователно имаме:

$$1,005^2 = 1,010025 \approx 1,01; 1,005^4 = 1,01^2 = 1,0201 \approx 1,02;$$

$$1,005^8 = 1,02^2 = 1,0404 \approx 1,04;$$

$$1,005^{16} = 1,04^2 = 1,0816 \approx 1,08;$$

$$1,005^{24} = 1,005^{16} \cdot 1,005^8 = 1,08 \cdot 1,04 = 1,1232 \approx 1,12.$$

$$1,01^2 = 1,0201 \approx 1,02; 1,01^4 = 1,02^2 = 1,0404 \approx 1,04;$$

$$1,01^8 = 1,04^2 = 1,0816 \approx 1,08;$$

$$1,01^{16} = 1,08^2 = 1,1664 \approx 1,17;$$

$$1,01^{24} = 1,01^{16} \cdot 1,01^8 = 1,17 \cdot 1,08 = 1,2636 \approx 1,26.$$

Тогава

$$F = 12\,000 \cdot 1,005^{24} \cdot 1,01^{24} = 12\,000 \cdot 1,12 \cdot 1,26 = 12\,000 \cdot 1,41 = 16\,920 \text{ лв.}$$

И в двата случая резултатът попада в интервала $(16\,500; 17\,500]$.

Задача 5. Отг. С). Застрахователната премия за 3 месеца е

$$3.80.1,3.0,8.1,15 = 287,04 \text{ лв.}$$

Задача 6. Отг. 17. Нека първоначалната цена на A е x лв., а първоначалната цена на B е y лв. Тогава $4.1,03x + 7.0,98y = 4x + 7y + 1$. Оттук $0,12x = 0,14y + 1$ и като умножим двете страни на равенството по 50, получаваме $6x = 7y + 50$ и $x + y = \frac{13y + 50}{6}$. По условие x и y са цели числа, а сборът

$x + y$ трябва да е възможно най-малък. Заключаваме, че стойността на израза $\frac{13y + 50}{6}$ трябва да е възможно най-малкото цяло число. Оттук получаваме

$$y = 4 \text{ и възможно най-малкият сбор } x + y \text{ е } \frac{13 \cdot 4 + 50}{6} = \frac{52 + 50}{6} = \frac{102}{6} = 17.$$

Задача 7. Отг. 8. Ще докажем, че търсеният брой е 8 (**1 точка**). Да допуснем, че можем да изберем 9 различни артикула с цени в лева $n_1, n_2, \dots, n_9$, които са с исканите свойства и са такива, че $n_1 + n_2 + \dots + n_9 \leq 99$. Ако p_i е прост делител на n_i ($i = 1, 2, \dots, 9$), то $p_i \leq n_i$ и следователно $p_1 + p_2 + \dots + p_9 \leq 99$ (**2 точки**). Освен това числата p_i са различни помежду си (**1 точка**). Но това е невъзможно, защото сборът на първите 9 прости числа е $100 > 99$. Наистина $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 = 100$ (**4 точки**). Заклучаваме, че търсеният брой е най-много 8. Ето пример на 8 цени в лева, които изпълняват условието на задачата: $3 + 4 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 25 = 99$ (**2 точки**).

По-долу са показани резултатите от Националното състезание по финансова грамотност.

Клас	Брой участници	Средна оценка	Максимални	Минимални
5	64	11	3 × 30 точки	2 × 0 точки
6	41	18,415	11 × 30 точки	4 × 6 точки
7	44	12,568	1 × 30 точки	4 × 3 точки
8	90	9,01	1 × 29 точки	4 × 0 точки
9	86	7,419	1 × 22 точки	6 × 0 точки
10	87	11,747	1 × 30 точки	1 × 0 точки
11	86	12,686	1 × 30 точки	1 × 0 точки
12	52	11,673	2 × 22 точки	1 × 0 точки
ОБЩО	550	11,183		

Прави впечатление разликата между средните стойности на резултатите в отделните класове. Едно от обясненията е различната подготвеност на участниците. Темите предполагат основна компетентност по математика и вероятно затова най-добре са се справили учениците от математическите гимназии. Така при шестокласниците, които имат най-висок среден резултат 18,415 точки, около 40% от участниците са от математически гимназии, а при деветокласниците, които са с най-нисък среден резултат 7,419 точки, по-малко от 5% от участниците са от математически гимназии. Следва да се подчертае, че общата бройка 550 ученици е твърде малка, за да се правят категорични заключения и обобщения.

Един от изводите е, че броят на участниците в състезанието е незадоволителен. Представени бяха едва 13 области: Благоевград, Варна, Видин, Враца, Кърджали, Ловеч, Плевен, Пловдив, Русе, София-град, София-област, Търговище и Шумен. За следващата година ще бъде полезно да се помисли как да бъдат мотивирани участници и от другите области. Изглежда, че понятието „финансова грамотност“ е по-малко привлекателно от понятието „финансова математика“. През учебната 2019/2020 година наименованието Национално състезание по фи-

нансова математика, както се наричаше състезанието през учебната 2018/2019 година (Grozdev et al., 2018), (Nikolaev et al., 2019), беше заменено с Национално състезание по финансова грамотност¹⁾. Целта беше да се подчертае, че задачата е да се работи в посока на функционално оgramотвяване. Интересът и традиционната нагласа на българските ученици обаче, особено на тези до VIII клас, е към математически състезания. Вероятно наличието на голям брой международни състезания по математика и желанието да се участва в тях, са важна причина за масово участие в национални математически състезания, които по естествен начин се превръщат в етапи на подготовка за международните.

Следва да се отчете и незадоволителното участие като брой ученици от финансови, стопанско-банкови и търговски училища. А основните целеви групи на състезанието са именно ученици от тези училища. Впечатлението е, че огромен брой училища – и не само от групата на споменатите – са се отнесли недостатъчно сериозно към изискванията на регламента от страницата на МОН. А в него ясно са посочени задълженията на директорите. Налага се изводът, че е наложително да се повиши контролът от страна на РУО на МОН за изпълнение на регламента. Вероятно е необходимо и по-настоятелно напомняне от страна на ангажираните областни експерти, защото Националното състезание по финансова грамотност е ново и досега не е получило достатъчна популярност. Научната част на състезанието беше възложена на Национална комисия с надлежна заповед на министъра на образованието и науката. Комисията изпълни перфектно своите задължения. Задачите и темите бяха на високо научно и образователно ниво.

БЕЛЕЖКИ

1. Регламент за организиране и провеждане на Националното състезание по финансова грамотност през учебната 2019/2020 година (възрастова група V – XII клас). <https://www.mon.bg/bg/80>

ЛИТЕРАТУРА

Николаев, Р., Гроздев, С., Конева, Б., Патронова, Н. & Шабанова, М. (2019). Болгарская олимпиада по финансовой и актуарной математике в России. *Математика и информатика*, Т. 62, № 6, 676 – 694.

REFERENCES

Grozdev, S., Nikolaev, R., Patronova, N. & Shabanova, M. (2018). Results of the second international Olympiad in financial and actuarial mathematics for school and university students. *Mathematics and Informatics*, V. 61, № 5, 423 – 443.

- Nikolaev, R., Grozdev, S., Koneva, B., Patronova, N. & Shabanova, M. (2019). Bulgarian Olympiad in financial and actuarial mathematics in Russia. *Mathematics and Informatics*, V. 62, № 6, 676 – 694.
- Grozdev, S. (2007). *For High Achievements in Mathematics: The Bulgaria Experience (Theory and Practice)*. Sofia: ADE (ISBN 978-954-92139-1-1).

NATIONAL COMPETITION IN FINANCIAL LITERACY

Abstract. What are presented are the problems and their solutions of the National competition in financial literacy held in 2020 for V – XII grade students. The problems are proposed and discussed by the National Commission at the Ministry of Education and Science in Bulgaria. The results are analyzed and possibilities for future development are shown.

Keywords: competition; financial literacy; problem solving; computation; achievement

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc.**

Researcher ID: AAG-4146-2020

ORCID ID: 0000-0002-1748-7324

University of Finance, Business Entrepreneurship
1, Gusla St.

1618 Sofia, Bulgaria

E-mail: sava.grozdev@gmail.com

Prof. Dr. Veselin Nenkov

Researcher ID: AAB-5776-2019

Department of Mathematics and Physics

Faculty of Engineering

Nikola Vaptsarov Naval Academy

73, Vasil Drumev St.

Varna, Bulgaria

E-mail: v.nenkov@nvna.eu; vnenkov@mail.bg