

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИ ПРОБЛЕМИ И УЧИТЕЛСКИ НАБЛЮДЕНИЯ ВЪРХУ ДОБАВЕНАТА СТОЙНОСТ НА РАЗШИРЕНАТА ПОДГОТОВКА ПО МАТЕМАТИКА В УЧИЛИЩЕ

Кирил Банков¹⁾, Борислава Кирилова¹⁾, Христо Христов²⁾

¹⁾Софийски университет „Св. Климент Охридски“, България

²⁾Европейско училище Брюксел IV, Белгия

Резюме. Обикновено броят на учебните часове по даден предмет се приема от учителите за недостатъчен за постигане на устойчиви резултати в усвояването на знанията и уменията. Счита се, че увеличаването на часовете би следвало да води до повишаване качеството на обучението. Така въпросът за оптималния обем на учебното време стои винаги отворен. Настоящото изследване поставя акцент върху този методологически проблем, като анализира мненията на учители от столични училища, които едновременно обучават два типа ученици – такива, включени в разширена подготовка по математика, и такива, които се обучават единствено в рамките на задължителната програма. Чрез сравнителен подход се изследва възприеманата от учителите добавена стойност на разширената подготовка, както и отражението ѝ върху качеството на преподаването и учебните постижения. Получените резултати допринасят за по-задълбоченото разбиране на връзката между количествените параметри на учебното време и качествените измерения на образователния процес. В Европейските училища към институциите на Европейския съюз допълнителните часове са организирани по различен начин. Настоящото изследване разглежда и тези различия и търси отговор на въпроса как най-ефективно да се използва допълнителното време за обучение.

Ключови думи: математика; разширена подготовка; добавена стойност

1. Поглед назад

В последните години се наблюдава отчетлив спад на постиженията на българските ученици при международни изследвания по математика

и природни науки като PISA и TIMSS (Vutsova & Baltova, 2021; Baltova, 2024). Такъв е наблюдаван¹ преди години по математика в TIMSS и за периода 1995 – 2007 (Bankov, 2007). Изводите от тези международни широкомащабни изследвания се припокриват и с тенденцията за намаляване на резултатите на българските ученици при Националното външно оценяване по математика. Подобен спад е регистриран в (Tsonev, 2023) и обобщен за периода 2020 – 2024 г. в докторската дисертация (Tsonev, 2025). За някои от проблемите в обучението по математика, които продължават да са актуални, е говорено и писано отдавна в (Bankov, 2015).

Тревожните тенденции неминуемо пораждат търсене на спешни решения. В последните над десет години те се изразяват в опити за чести промени в учебните програми. Последващото преработване на учебниците създава напрежение в образователната система, като, от една страна, затрудняват устойчивостта и последователността на преподаването, а от друга – прибързаното им въвеждане често е съпътствано от недостатъчна апробация и така се допускат грешки в съдържателно и методическо отношение. Честите промени породиха и нездравата тенденция за „олекотяване“ на учебното съдържание, заради която се стигна до отпадане на цели теми, които са утвърдени в много други държави. Например в днешните български учебници по математика почти напълно отсъстват строителните задачи, за които по цял свят има хилядолетна традиция (Yordanova, 2024), а в (Lazarov & Dimitrov, 2019) за отпадането на темата за геометрично място на точки се казва, че *осакатява раздела „Геометрични построения“*. По този начин потенциалните ползи от постоянните промени и реструктурирането на учебното съдържание се оказват проблематични и поставят под съмнение тяхната ефективност. В някои аспекти се получи дори отрицателен резултат.

От друга страна, не може да бъде пренебрегнат и негативният ефект от прекалено бързото преминаване през учебния материал – явление, което самите учители описват метафорично като „препускане“. *От една страна идва стремежът да се учи колкото се може повече, а от друга стои проблемът с натоварването на учениците. Лошият баланс*

между двете води или до изоставане спрямо другите държави, или до претоварване на учениците, което, в крайна сметка, дава сходен ефект (Nancheva & Petrov, 2025). В този контекст е показателно мнението на учител, че *многого уроци и недостатъчният брой часове за тяхното упражняване водят до демотивиране на учениците и дори нежелание да изучават по-задълбочено математика* (Stoyanova, 2023). Този неоспорим факт ни е поставил в неприятната ситуация, че нито една от двете посоки (олекотяване или увеличаване на учебното съдържание) не може да бъде приета с лекота.

Междувременно постоянното търсене на подобрение на дидактическите технологии и методиката на обучение не е спирало да бъде алтернативно решение на проблема. Учените и авторите на учебно съдържание винаги са се стремили да подобряват средствата, с които се постига по-добро преподаване. Една от модерните тенденции е т.нар. *дигитализация*. Макар да има множество статии, в които се докладват положителни резултати от проведени експерименти, употребата на компютърни технологии по-скоро не успява да добие масовост в обучението по математика. Причината за това не се свежда само до дигиталната подготовка на учителите – истината е, че учителите по математика са сред колегите, които имат сравнително висока култура в употребата на информационни технологии в ежедневието си. Един от основните проблеми пред внедряването на такива технологии в обучението по математика е, че времето, което се отделя за изучаването на самите тях, често надвишава времето, което те евентуално биха спестили. Например в (Petrova & Milanov, 2013) се споделя следното: *Недостатъчно е времето в часовете по математика – работата с „Геогебра“ често губи повече време от преподаването по традиционен начин*. Затова е видимо, че усилията и в тази посока не дават желания резултат.

В крайна сметка, *времето* се явява крайъгълен камък за желаната реформа. Не са много учителите, които твърдят, че предоставеният хорариум по математика е достатъчен, за да подготвят добре своите ученици. Освен това недобрата методическа подготовка на много от учителите води до лошо структуриране на уроците, от което

допълнително се губи значително от винаги недостатъчното учебно време (Petrov, 2023). Така се достига до логичния извод, че щом опитите за оптимизация в рамките на съществуващия хорариум чрез методи, технологии и учебно съдържание видимо са недостатъчни, би следвало да се търси решение в увеличение на самия хорариум. Това е и актуалната тенденция в политиките на Министерството на образованието и науката, която наскоро беше анонсирана като предстояща реформа².

Оттук по естествен начин се поражда следният изследователски въпрос: *доколко механичното увеличаване на броя учебни часове може да се разглежда като ефективно решение на съществуващите проблеми и като средство за обръщане на негативната тенденция в постиженията на българските ученици по математика?*

Международните сравнителни изследвания като PISA и TIMSS показват, че количественият аспект на учебното време не е гаранция за високи резултати; ключова роля имат качеството на преподаването, методите на оценяване и ангажираността на учениците. Според изследването (Kuehn & Landeras, 2012) сравнителните данни от PISA 2006 показват значителни различия в разпределението на учебното време между държавите. Например, докато в Испания учениците отделят средно около шест часа седмично за изучаване на математика и роден език, в страни с по-високи академични резултати като Корея и Канада се наблюдава по-голям обем време, посветено на тези предмети, докато във Финландия – по-малък. В същото време, в три от най-ниско класираните държави от ОИСР – Мексико, Турция и Гърция – учениците прекарват повече време в изучаване на математика, природни науки и четене, отколкото техните връстници в Канада, Финландия и Испания. Тези различия подсказват липса на ясна линейна връзка между количеството учебно време и образователните резултати на международно ниво, което е валидно за всички 57 участващи държави. Ако изобщо се установява зависимост, то тя е слабо отрицателна: страните, в които учениците съобщават по-високо средно време за учене, постигат по-ниски резултати по природни науки.

Резултатите от промяната в броя на часовете няма и няма как да са незабавни – реалните резултати ще дойдат едва след като започнат да завършват учениците от първия випуск, който се е обучавал с увеличен брой часове. Но все пак можем да дадем една хипотетична оценка с някакво очакване. Затова си поставихме за цел да проучим каква е добавената стойност на един допълнителен час математика седмично към резултатите на учениците. В настоящото изследване правим първа стъпка в тази посока, като проучваме мнението на учители от столични училища, които обучават едновременно два типа ученици – такива, които имат допълнителни часове по математика в т.нар. „разширена подготовка“, и такива, които нямат такива.

2. Методологически проблеми

Зад понятието *разширена подготовка* най-често се разбира учениците да имат допълнителни часове по математика в избираеми или факултативни часове (ИУЧ и ФУЧ). За да се избегне смесването на различни практики, е необходимо ясно разграничаване на типовете разширена подготовка, тъй като всеки от тях е свързан с различни цели и параметри на добавената стойност. Първият тип е насочен към състезателна математика, където акцентът е върху развитието на високи когнитивни умения, креативност и способност за решаване на нетипични задачи. Тук добавената стойност се проявява основно в значим академичен напредък и подготовка за дългосрочна академична и професионална перспектива в STEM областите. Вторият тип е ориентиран към подпомагане на ученици, които изпитват затруднения с учебния материал. Целта е преодоляване на пропуски и гарантиране на базови компетентности. В този случай добавената стойност се изразява във възможност за пълноценно участие в учебния процес и намаляване на риска от изключване. Третият тип се отнася до системно задълбочаване на учебното съдържание за всички ученици, което подпомага изграждането на устойчиви знания и умения. Тук добавената стойност е предимно дългосрочна, тъй като създава предпоставки за по-качествено и трайно усвояване на математическите концепции. Това, разграничение позволява по-прецизна оценка на ефективността на различните подходи и тяхното реално въздействие

върху академичните резултати, равния достъп и дългосрочните социални ефекти.

За съжаление, практиката показва, че възможностите за реален избор на учениците са силно ограничени. Прегледът на учебните планове на много училища показва, че извън някои специализирани гимназии, най-често списъкът с „избираемите“ дисциплини се състои от дисциплини, чийто общ хорариум е точно толкова, колкото е нужно да бъде записано от самите ученици. Така избираемите предмети реално са превърнати в задължителни. В основните училища най-често има избор за допълнителни часове между *човек и природа* или *човек и общество*, а за предметите *математика* и *български език и литература* обикновено или няма допълнителни часове, или всички се записват за тях без право на отказ. Това е обективна трудност пред подобно проучване, защото реално не е лесно да се намери подходящ предмет за изследване.

В настоящото изследване под *добавена стойност* се разбира онзи допълнителен принос към постиженията на учениците, който възниква в резултат на разширената подготовка по математика и надхвърля очакваното въз основа на задължителния хорариум и началното равнище на подготовка. В международната литература този подход е познат като *value-added modeling* (VAM) – комплексни статистически модели, които целят да се изолира ефектът на конкретни образователни интервенции върху напредъка на учениците, като отчита предишните им резултати и контекстни фактори (Braun & Wainer, 2007). Ключов момент при измерването на образователни интервенции е не абсолютният резултат, а „прирастът“ – т.е. доколко даден ученик или група са постигнали повече от очакваното развитие за съответния период. Пренесено към контекста на тази статия, това означава, че добавената стойност на разширената подготовка не се изчерпва с повече часове, а с това доколко те носят допълнителен ръст в знанията, уменията и нагласите.

В рамките на настоящото изследване добавената стойност се определя чрез три взаимосвързани параметъра.

1. Академични резултати – повишение на средния успех, което учителите оценяват като умерено, но значимо (между 0,50 и 1,00 – виж табл. 2).
2. Обхват и равнопоставеност – степента, в която разширената подготовка е достъпна за всички ученици (универсален модел) или ограничена до определени групи (селективен модел – виж табл. 3).
3. Дългосрочни и социални ползи – влияние върху мотивацията и устойчивия интерес към математиката, както и възможността за компенсиране на изоставането при ученици с трудности, в съответствие с практиките на Европейските училища

Така дефинираната *добавена стойност* позволява да се направи по-прецизна връзка между количествените параметри на допълнителното учебно време и качествените измерения на образователния процес.

В някои училища има възможност за формиране на т.нар. *математически паралелки*, в които се учат допълнителни часове по математика. Пример за това е 107. ОУ „Хан Крум“ в София, където такава паралелка се сформира между 5. и 7. клас на базата на резултати от математическото състезание *Еврика*. Методологичен проблем при използването на емпирични данни от такива паралелки е, че при тях учениците са селектирани, т.е. те вече са показали изявени способности по математика спрямо останалите в училището. Използването на такава експериментална група и ученици от други паралелки в същото училище като контролна група би било неуместно, защото не само допълнителните часове влияят на по-добрите резултати. Същото важи и за проучването с ученици от т.нар. *математически школи* – техните допълнителни часове не могат да са реален измерител, защото за тях също се извършва селекция – например в споменатото училище отново се използват резултатите от състезанието „Еврика“, на базата на които само най-добре представилите се ученици биват канени в школа по математика.

Друг сериозен методологичен проблем е свързан с начина, по който се използват часовете от разширена подготовка. Ако това са часове, в които се подпомага общообразователната подготовка, т.е. се прави

пропедевтика за уроците за нови знания или се правят допълнителни упражнения към вече изучаван в задължителните часове материал, тогава те не разширяват обхвата на учебното съдържание и биха могли да се използват като измерител на добавена стойност. Това обаче е рядък случай – поради селектирането на ученици се оказва, че често часовете се употребяват основно за подготовка за математически състезания. Това означава специализирана подготовка и включва изучаването на специфичен нов учебен материал, който не се покрива от часовете в общообразователната подготовка.

Макар и да е с малък обхват, предварителното ни проучване показва, че най-ощетени, изглежда, са учениците, които изпитват затруднения с математиката. Въпреки че те имат най-голяма нужда от допълнителни часове, много рядко имат възможност да получават такива. Формално за тях се предоставят „часове за консултации“, в които в най-добрия случай се дава възможност децата да си преглеждат домашните работи и да им бъде посочвано къде са допускали грешки. Рядко обаче това време се употребява под формата на допълнителни учебни часове.

Добре е да бъдат разгледани и практиките в Европейските училища, които функционират към институциите на Европейския съюз. Те са особено подходящи за сравнителен анализ, тъй като в тях се обучават ученици от всички държави членки, а учебните програми съчетават елементи от различни национални образователни традиции. В този смисъл Европейските училища могат да се разглеждат като своеобразно „огледало“ на европейските образователни политики и като балансиран модел за разпределяне на ресурси. В Policy on the provision of educational support and inclusive education in the European Schools 2012³ изрично се подчертава, че допълнителната подкрепа е предназначена за ученици, които изпитват затруднения или имат специални образователни потребности.

3. Предмет и инструментариум на изследването

За целите на изследването бяха подбрани три училища, които представят различни типове образователни институции – 4. ОУ „Проф. Джон Атанасов“ (5 учители), НПМГ „Акад. Любомир Чакалов“ (12 учители) и 44. СУ „Неофит Бозвели“ (2 учители). Извадката е малка, но

е предимно от опитни и добре подготвени учители, чието експертно мнение е ценно. Те отговориха на следната анкета от 9 въпроса.

Въпрос 1 (отбележете вярното). Какъв стаж имате като учител?

- До 5 години.
- Между 6 и 10 години.
- Над 10 години.

Въпрос 2 (може да отбележите няколко). Преподавате математика на:

- ученици, които НЕ изучават разширена подготовка;
- ученици, които изучават разширена подготовка;
- ученици, които изучават допълнителна разширена подготовка.

Въпрос 3 (може да отбележите няколко). Във Вашето училище разширена подготовка по математика изучават (за училища, в които всички ученици изучават разширена подготовка, приемете, че въпросът се отнася за допълнителната разширена подготовка):

- талантиливи ученици, които са подбрани на базата на приемен изпит или състезание;
- всички ученици, които пожелаят – изборът е свободен;
- селектирани ученици, които изпитват затруднения с общообразователна подготовка математиката.

Въпрос 4 (отбележете едно). Часовете от общообразователна подготовка достатъчни ли са, за да може учениците да се подготвят на задоволително ниво и да покрият държавните образователни стандарти?

- Да – за почти всички ученици общообразователната подготовка е достатъчна.
- Не – без разширена подготовка часовете по математика са прекалено малко.

Въпрос 5 (може да отбележите няколко). Използвате часовете в (допълнителна) разширена подготовка за:

- пропедевтика на уроци за нови знания от общообразователна подготовка;

- допълнителни упражнения към уроците от общообразователна подготовка;
- алтернативен прочит на уроците за нови знания от общообразователна подготовка;
- задачи с повишена трудност към уроците от общообразователна подготовка;
- текстови и приложни задачи към уроците от общообразователна подготовка;
- състезателна математика – подготовка за състезания и олимпиади;
- учебен материал, който **НЯМА** връзка с уроците от общообразователна подготовка.

Друго (опишете в свободен текст).

Въпрос 6 (отбележете едно). Представете си един средностатистически ученик от Вашето училище (не е изявен отличник, но не е и от най-слабо подготвените). С колко според Вас би се повишил средният успех на този ученик в часовете по общообразователна подготовка, ако му се даде възможност да изучава 1 час седмично (допълнителна) разширена подготовка?

- Няма да има промяна в успеха по общообразователна подготовка, защото разширената не ѝ влияе.
- Няма да има промяна в успеха по общообразователна подготовка, защото записалите разширена подготовка тъй или иначе са отличници.
- Повишението ще е малко – с до 0,25.
- Ще се повиши с около 0,50.
- Ще се повиши с около 1,00.
- Ще се повиши дори над 1,00.

Въпрос 7 (отбележете едно). Има ли ученици във Вашето училище, които не изучават (допълнителна) разширена подготовка по математика, а според Вас трябва непременно да бъдат записани в такава?

- Не, училището покрива добре нуждите на всички ученици.

- Да, но училището няма достатъчен капацитет, защото учителите са претоварени.
- Да и има капацитет, но политиката на училището не позволява записването им, защото това ще наруши баланса с изучаване на разширена подготовка по други учебни предмети, които също са важни.

Въпрос 8 (отбележете едно). Кои имат нужда от (допълнителна) разширена подготовка по математика?

- Най-добрите ученици, за да се развие техният талант.
- Най-слабо подготвените ученици, за да могат да наваксват изоставането си спрямо останалите.
- Всички, без талантливите ученици и пълните отличници, защото те тъй или иначе са много напред.
- Всички, без изоставащите ученици – математиката не е за всеки и има деца, които нямат нужда от нея.
- Абсолютно всички ученици имат нужда от разширена подготовка по математика.
- Никой, защото разширената подготовка не трябва да съществува в учебните програми.

Въпрос 9 (отбележете едно). Изпитвате ли натиск от страна на родителите относно селекцията на ученици за (допълнителна) разширена подготовка по математика?

- Не, защото подборът на ученици е добре регулиран, правилата са ясни и оплакванията са рядкост.
- Не, защото в нашето училище родителите не проявяват повишен интерес към математиката.
- Да, често, но по цивилизован начин и с добронамерен тон, а агресивните родители са рядкост.
- Да, често има агресивни родители, които „гърсят сметка“ защото тяхното дете не е било прието.

Предизвикателство. Ако смятате за нужно, споделете в свободен текст до края на листа нещо около разширената подготовка по математика, което смятате за важно, но не е обсъдено в анкетата.

4. Резултати и дискусия

Отговорите по въпроси 1 и 2 показват, че спектърът на учителите от трите възрастови групи, както и по вида ученици, на които преподават математика, е разнообразен, т.е. всяка група има представителство както по всички учители, така и по отделните училища.

Отговорите на третия въпрос показват, че не е типично разширената подготовка по математика да е предназначена за ученици, които изпитват затруднения с общообразователна подготовка математиката. В 4. ОУ за разширена подготовка се приемат ученици, които са подбрани на базата на приеман изпит или състезание. В другите две училища тази подготовка е предимно със свободен достъп за всички ученици, които пожелаят.

Интересни изводи могат да се направят от отговорите на въпрос 4. Според учителите за учениците от основно училище (в случая 4. ОУ) часовете от общообразователна подготовка са достатъчни, за да може те да се подготвят на задоволително ниво и да покрият държавните образователни стандарти. На обратното мнение са учителите от 44. СУ и НПМГ.

Таблица 1 систематизира броя на учителите, отбелязали съответните подточки на въпрос 5.

Таблица 1. Отговори на въпрос 5

	Всички	4. ОУ	44. СУ	НПМГ
5.1	4	0	2	2
5.2	14	3	2	9
5.3	2	0	0	2
5.4	14	3	2	9
5.5	13	3	2	8
5.6	11	3	0	8
5.7	4	0	0	4

Става ясно, че часовете за разширена подготовка се използват предимно за: (1) допълнителни упражнения към уроците от общообразователна подготовка; (2) задачи с повишена трудност към уроците от общообразователна подготовка; (3) текстови и приложни

задачи към уроците от общообразователна подготовка. Състезателната математика има място в НПМГ и 4. ОУ (училищата, които участват в математически състезания). Само двама учители са посочили, че използват тези часове за алтернативен прочит на уроците за нови знания от общообразователна подготовка.

Таблица 2 систематизира броя отговори на съответните подточки на въпрос 6.

Преобладаващо е мнението, че средният успех в часовете по общообразователна подготовка на един средностатистически ученик би се повишил с 0,50, ако му се даде възможност да изучава 1 час седмично (допълнителна) разширена подготовка.

Интересно е, че в 4. ОУ учителите считат, че този среден успех няма да се промени, защото записалите разширена подготовка тъй или иначе са отличници.

Таблица 2. Отговори на въпрос 6

	Всички	4. ОУ	44. СУ	НПМГ
6.1	0	0	0	0
6.2	4	3	0	1
6.3	1	1	0	0
6.4	10	1	1	8
6.5	4	0	1	3
6.6	0	0	0	0

От отговорите на въпрос 7 става ясно, че мнението на учителите от участващите училища е, че разширената подготовка по математика в училище покрива добре нуждите на всички ученици.

Таблица 3 систематизира броя отговори на съответните подточки на въпрос 8.

Таблица 3. Отговори на въпрос 8

	Всички	4. ОУ	44. СУ	НПМГ
8.1	6	5	0	1
8.2	3	3	0	0
8.3	0	0	0	0
8.4	3	0	0	3

8.5	10	0	2	8
8.6	0	0	0	0

Преобладаващо е мнението, че всички ученици имат нужда от разширена подготовка по математика. Интересно е, че в основния етап (4. ОУ) нужда от разширена подготовка по математика имат: (1) най-добрите ученици, за да се развие техният талант; (2) най-слабо подготвените ученици, за да могат да наваксват изоставането си спрямо останалите.

От отговорите на въпрос 9 става ясно, че натискът от страна на родителите относно селекцията на ученици за (допълнителна) разширена подготовка по математика не е проблем. Само двама учители са заявили, че изпитват такъв натиск, но това се прави по цивилизован начин и с добронамерен тон, а агресивните родители са рядкост.

Извършеният анализ на учителските нагласи позволява да се очертаят както общи тенденции, така и специфични различия между профилирани и общообразователни училища. Данните показват ясно концептуално противопоставяне между два модела на разширената подготовка.

1. Селективен модел – насочен към ограничени групи ученици (талантливи или изоставащи), характерен за масовите училища.
2. Универсален модел – разглежда разширената подготовка като необходима за всички ученици, особено в специализирани гимназии като НПМГ, но общата нагласа е положителна – учителите вярват, че допълнителният час води до средно повишение на успеха с 0,50 до 1,00, което е умерен, но значим ефект. Разширената подготовка се възприема като инструмент за повишаване качеството на обучението, макар и с различни акценти в различни типове училища. В НПМГ доминира универсалният модел на разширената подготовка, докато в останалите училища е по-характерен селективният подход. Това разграничение отразява различни образователни парадигми: в специализираните гимназии акцентът е върху интеграцията и равностойно развитие на всички ученици, докато в

непрофилираните училища преобладава диференцираното обучение, насочено към специфични групи според техните постижения и потребности.

Получените резултати от въпросниците очертават ясната тенденция в българската образователна практика: разширената подготовка по математика се възприема като средство за работа основно с напреднали ученици. Докато разграничаването на моделите показва различията между типовете училища, анализът на конкретните практики разкрива и вътрешната вариативност на добавената стойност: при състезателната математика тя се проявява в отчетливо изпреварващи резултати на малка група ученици; при подготовката за ученици с трудности – в стабилизиране на базовите компетентности; а при системното задълбочаване – в повишаване на средното ниво и устойчивостта на знанията за по-широк кръг ученици.

В по-широк план настоящото изследване разглежда и практиките в системата на Европейските училища, която обхваща близо 29 000 ученици от всички държави членки на ЕС. Според *Statistical report on the provision of educational support: 2022 – 2023*⁴ около 6.4% от всички ученици са получили интензивна подкрепа, а в някои училища над 20% – обща подкрепа. Най-голям дял от този вид допълнителни часове е насочен именно към математиката – около 22 – 23% от всички случаи. Това ясно показва, че математиката е предметът, в който учениците най-често срещат сериозни затруднения и който изисква най-значителни ресурси за наваксване. От тук можем да направим извода, че стратегията на Европейските училища показва добавена стойност, изразяваща се в съчетаване на академичен напредък с осигуряване на по-широк достъп и участие на ученици с различен образователен профил в качествено обучение. Така разширената подготовка изпълнява едновременно функция на инструмент за повишаване на постиженията и на средство за приобщаване на ученици с различни образователни потребности.

5. Заключение

В заключение можем да обобщим, че историческият опит показва едно трайно усещане за недостатъчност на учебните часове и логичното

предположение, че увеличаването им би довело до по-добро качество на обучение. Практиката с разширената подготовка по математика потвърждава тази нагласа, тъй като в продължение на десетилетия тя е насочвана към ученици с изявени способности и е доказала своята ефективност. Това води до важния въпрос дали усилията на училището не трябва да бъдат насочени и към разработване на форми на разширена подготовка за ученици, които срещат трудности и изостават. Сравнението с Европейските училища показва друга перспектива: там допълнителните часове целенасочено се използват за подпомагане на ученици с трудности, а не за напредналите. Такъв подход би разширил обхвата на ползите от допълнителните часове, като не само подпомага изявените, но и създава условия за преодоляване на пропуски и за равнопоставено развитие на всички ученици и така училището да изпълни своята мисия за качествено и достъпно образование за всеки. В България този подход може да се адаптира чрез създаването на допълнителни часове за наваксване, насочени към базови компетентности с фокус върху ключови пропуски по математика. Трябва обаче да се отчете, че успешното прилагане на подобен модел изисква и адекватна квалификация на учителите за работа с хетерогенни групи, както и ресурсна обезпеченост, каквато в момента липсва в много български училища.

Оптимизирането на ефекта от разширената подготовка предполага фокус върху няколко ключови направления, които изискват допълнително изследване.

- Дългосрочна мотивация: В каква степен участието в разширена подготовка формира траен интерес към математиката и до каква степен съществува риск от претоварване и намалена ангажираност?
- Ефективни методи: Кои са най-резултатните педагогически подходи при работа с различни групи ученици? Съществуват ли универсални стратегии, приложими както за талантиливи, така и за изоставаци ученици?
- Баланс между моделите: Как да се постигне оптимално съчетание между универсалния и селективния модел на разширената

подготовка, така че да се максимизира ефектът, без да се компрометират нуждите на отделни групи?

– Оценка на ефекта: Кои инструменти и методологии са най-подходящи за редовен мониторинг и оценка на резултатите от разширената подготовка върху постиженията на учениците?

– Обмен на опит: Как може да се стимулира обменът на добри практики между училища с различен профил, така че успешни модели да бъдат адаптирани и интегрирани в по-широк образователен контекст?

В заключение, разширената подготовка следва да се разглежда като стратегически ресурс за повишаване качеството на обучението, чиято ефективност зависи от ясно формулирани цели, диференциран подход и системна оценка. Параметрите на добавената стойност – академични резултати, обхват и равнопоставеност, както и дългосрочни социални ефекти – се потвърждават от емпиричните данни: тя води до умерен, но значим ръст на постиженията, проявява вариативност в моделите на прилагане (селективен срещу универсален) и откроява потенциал за подкрепа на ученици с различен образователен профил. Бъдещи изследвания, които проследяват приложението на различни модели в разнообразни училищни контексти, могат да идентифицират най-добрите практики за интегриране на универсални и селективни елементи. Това би допринесло за изграждането на по-равнопоставена и ефективна образователна система, отговаряща адекватно на потребностите на всички ученици.

Благодарности

Тази публикация е финансирана по Национална научна програма „Развитие на научните изследвания и иновациите в областта на българското предучилищно и училищно образование“. Авторите носят цялата отговорност за съдържанието на настоящия документ и при никакви обстоятелства той не може да се приеме като официална позиция на Института по образованието.

БЕЛЕЖКИ

1. Банков, К. 2009. До кога ще затъваме по математика? *Сега*, брой 8 (121) от 23 февруари 2009 г.

2. 25% повече часове по математика в гимназиален етап. *АзБуки*, Брой 29, 24 – 30. 07. 2025 г.
3. European Schools. (2012, rev. 2021). Policy on the provision of educational support and inclusive education in the European Schools <https://www.eursc.eu/Documents/2012-05-D-14-en-10.pdf>
4. European Schools. (2023). Statistical report on the provision of educational support: 2022–2023 <https://www.eursc.eu/Documents/2023-12-D-8-en-5.pdf>

ЛИТЕРАТУРА

- Балтова, А., (2024). Международни образователни изследвания – цели, обхват и резултати на България. *Годишник на Стопанския факултет на СУ „Св. Климент Охридски“*, 23(1), 21 – 46.
- Банков, К. (2007). Спад на ученическите постижения по математика и природни науки в България. *Образование*, кн. 1, 21 – 32.
- Банков, К. (2015). Обучението по математика е в дълбока криза. „*Дидактическо моделиране*“, *Електронно издание на семинара „Дидактическо моделиране“*. ИМИ, БАН, том 5 – 2014/2015 г. http://www.math.bas.bg/omi/didmod/articles/volume05/2015_01_Kiril_Bankov.pdf
- Вуцова, А., Балтова, А. (2021). Качество на училищното образование–измерване и значимост. *Стратегии на образователната и научната политика*, 29(3), Аз-буки, София.
- Йорданова, Ц. (2024). Интерактивни учебни ресурси за преподаване на метода на инверсията за построителни задачи. *Математика и информатика*, 67(2), София.
- Лазаров, Б., Димитров, Д. (2019). Преразглеждане представянето на коничните сечения на основата на компютърни технологии. *Дидактическо моделиране*, 7, 30 – 36. ISSN 1314-1651.
- Нанчева, С., Петров, Ф., (2024). Проблемите с претовареността на учениците в прогимназиален етап и възможностите за оптимизация на учебното време. *Педагогически Алманах*, 32(2), ISSN: 2367-9360 (Online), ISSN: 1310-358X (Print), Велико Търново.

- Петров, Ф. (2023). Атакуване на три актуални проблема в обучението по информатика и информационни технологии въз основа на идеи от 70-те години на XX в., родени в контекста на математическото образование в България. *Математическото образование – 75-годишна мисия и история*, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, ISBN 978-954-07-5742-1.
- Петрова, Д., Миланов, А., (2013). Може ли изучаването на стереометрия да бъде начин за забавление? *Изследователски подход в образованието по математика*, 6, 35 – 40. Регалия.
- Стоянова, С., 2023. Три математически игри за потапяне във вълшебството на математиката. *Математическото образование – 75-годишна мисия и история*, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, София.
- Цонев, П., (2023). Сравнение на резултатите от задачите с избираем отговор от НВО по математика след VII клас, проведени през 2020, 2021 и 2022 година. *Годишна международна научна конференция на ВВВУ „Георги Бенковски“*, 353 – 363. Долна Митрополия.
- Цонев, П., (2025). Методи за анализ на резултати от стандартизирани оценявания на ученици по математика. *Дисертационен труд в научна специалност: Методика на обучението математика и информатика*, Софийски университет „Св. Климент Охридски“, София.

Acknowledgements

This publication has been funded by the National Scientific Programme “Development of Research and Innovation in the Field of Bulgarian Pre-school and School Education.” The author bears full responsibility for the content of this document, which under no circumstances can be considered an official position of the Institute of Education.

REFERENCES

- Baltova, A., (2024). Mezhdunarodni obrazovatelni izsledvania – tseli, obхват i rezultati na Bulgaria. *Godishnik na Stopanskia fakultet na SU „Sv. Kliment Ohridski“*, 23(1), 21 – 46. (In Bulgarian)

- Bankov, K. (2007). Spad na uchenicheskite postizhenia po matematika i prirodni nauki v Bulgaria. *Obrazovanie*, 1, 21 – 32. (In Bulgarian)
- Bankov, K. (2015). Obuchenieto po matematika e v dalboka kriza. „*Didakticheskoto modelirane*“, *Elektronno izdanie na seminara „Didakticheskoto modelirane“*. IMI, BAN, 5 – 2014/2015 g. http://www.math.bas.bg/omi/didmod/articles/volume05/2015_01_Kiril_Bankov.pdf (In Bulgarian)
- Braun, H. and Wainer, H. (2006). 27 value-added modeling, *Handbook of Statistics*, 867 – 892. doi:10.1016/s0169-7161(06)26027-9.
- Kuehn, Z., Landeras, P., (2012). Study time and scholarly achievement in PISA. *Munich Personal RePEc*.
- Lazarov, B., Dimitrov, D., (2019). Prerazglezhdane predstavyaneto na konichnite sechenia na osnovata na kompyutarni tehnologii. *Didakticheskoto modelirane*, 7, 30 – 36. ISSN 1314-1651. (In Bulgarian)
- Nancheva, S., Petrov, F., (2024). Problemita s pretovarenostta na uchenitsite v progimnazialen etap i vazmozhnostite za optimizatsia na uchebnoto vreme. *Pedagogical Almanac*, 32(2), ISSN: 2367-9360 (Online), ISSN: 1310-358H (Print), Veliko Tarnovo. (In Bulgarian)
- Petrov, Ph. (2023). Atakuvane na tri aktualni problema v obuchenieto po informatika i informatsionni tehnologii vaz osnova na idei ot 70-te godini na XX v., rodени v konteksta na matematicheskoto obrazovanie v Bulgaria. *Matematicheskoto obrazovanie – 75-godishna misia i istoria*, University press “St. Kliment Ohridski”, ISBN 978-954-07-5742-1 (In Bulgarian).
- Petrova, D., Milanov, A., (2013). Mozhe li izuchavaneto na stereometria da bade nachin za zabavlenie? *Izledovatelski podhod v obrazovaniето po matematika*, 6, 35 – 40. Regalia. (In Bulgarian)
- Stoyanova, S., (2023). Tri matematicheski igri za potapyane vav valshebstvoto na matematikata. *Matematicheskoto obrazovanie – 75-godishna misia i istoria*, Universitetsko izdatelstvo „Sv. Kliment Ohridski“, Sofia. (In Bulgarian)
- Tsonev, P., (2023). Sravnenie na rezultatite ot zadachite s izbiraem otgovor ot NVO po matematika sled VII klas, provedeni prez 2020, 2021 i 2022 godini. *Godishna mezhdunarodna nauchna konferentsia na*

- VVVU „Georgi Benkovski“, 353 – 363. Dolna Mitropolia. (In Bulgarian)
- Tsonev, P., (2025). *Metodi za analiz na rezultati ot standartizirani otsenyavania na uchenitsi po matematika*. Disertatsionen trud v profesionalno napravlenie 1.3 „Pedagogika na obuchenieto po...“, nauchna spetsialnost: Metodika na obuchenieto matematika i informatika, Sofiyski universitet „Sv. Kliment Ohridski“, Sofia. (In Bulgarian)
- Vutsova, A., Baltova, A., (2021). Kachestvo na uchilishtното образование–izmervane i znachimost. *Strategii na obrazovatelната i nauchната politika*, 29(3), AzBuki, Sofia. (In Bulgarian)
- Yordanova, Ts., (2024). Interaktivni uchebni resursi za prepodavane na metoda na inversiyata za postroitelni zadachi. *Mathematics and Informatics*, 67(2), Sofia. (In Bulgarian)

METHODOLOGICAL ISSUES AND TEACHER OBSERVATIONS ON THE ADDED VALUE OF EXTENDED MATHEMATICS PREPARATION IN SCHOOL

Abstract. Teachers commonly consider the number of teaching hours in a particular subject to be insufficient for achieving sustainable results in the acquisition of knowledge and skills. It is assumed that increasing the number of hours should lead to an improvement in the quality of education. Thus, the question of the optimal amount of teaching time remains open. This study focuses on this methodological problem by analyzing the opinions of teachers from schools in the capital who teach two types of students simultaneously – those included in extended mathematics training and those who are taught only within the compulsory program. A comparative approach is used to examine the added value of extended training as perceived by teachers, as well as its impact on the quality of teaching and learning outcomes. The results contribute to a deeper understanding of the relationship between the quantitative parameters of teaching time and the qualitative dimensions of the educational process. In the European Schools attached to the institutions of the European Union, additional hours are organized in different ways. This study also examines these differences and seeks to answer the question of how to use additional teaching time most effectively.

Keywords: mathematics; extended training; added value

✉ **Prof. Dr. Kiril Bankov**

WoS Researcher ID: D-9288-2011

ORCID iD: 0000-0003-3047-2546

Sofia University "St. Kliment Ohridski"

Sofia, Bulgaria

E-mail: kbankov@fmi.uni-sofia.bg

✉ **Dr. Borislava Kirilova, Assoc. Prof.**

WoS Researcher ID: CYL-4772-2022

ORCID iD: 0000-0002-4916-2232

Sofia University "St. Kliment Ohridski"

Sofia, Bulgaria

E-mail: b.kirilova@fmi.uni-sofia.bg

✉ **Hristo Hristov**

WoS Researcher ID: OIU-5908-2025

ORCID iD: 0009-0002-3664-9189

European School of Brussels IV

Brussels, Belgium

E-mail: hristo.stoyanov.hristov@gmail.com