https://doi.org/10.53656/math2025-6-3-mmf

Educational Technologies
Образователни технологии

МАТЕМАТИЧЕСКО МОДЕЛИРАНЕ В ПЪРВИ ГИМНАЗИАЛЕН ЕТАП: ИЗГРАЖДАНЕ НА МЕЖДУПРЕДМЕТНИ ВРЪЗКИ МЕЖДУ МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, БИОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ

Гергана Петрова
ПМГ „Акад. Боян Петканчин“, Хасково (България)

Резюме. Статията изследва педагогическите и организационните предизвикателства при внедряването на задачи с математическо моделиране в училищното обучение. Анализира се ролята на тези задачи като средство за свързване на абстрактни математически концепции с реални житейски ситуации, както и тяхното място в учебния процес – дали да бъдат част от часовете по математика, или по природни науки. Представени са примери от българската образователна практика, включително исторически опити за междупредметна интеграция и съвременни нормативни затруднения. Предложена е концепцията за STEM обучение като ефективен подход за преодоляване на липсата на синхрон между учебните програми и за насърчаване на сътрудничеството между учителите.

Ключови думи: математическо моделиране; междупредметни връзки; STEM обучение; интегрирани уроци; синхронизация на учебни програми

1. Въведение

Научната литература все повече подкрепя внедряването на латематическо моделиране в училище – изследванията показват юодобряване на учебните резултати, повишена мотивация и развитие на зажни умения у учениците (Andrzej Sokolowski, 2015). Задачите с латематическо моделиране са инструментът, с който се показва іепосредствената практическа приложимост на абстрактните латематически структури – те отговарят на тривиалния въпрос къде ези знания се използват в ежедневния живот. Един от важните въпроси е за мястото на тези задачи в обучението. Къде например трябва да се въведе една задача с математическо моделиране в биологията – в часовете по математика или в часовете по биология? Отговорът не е напълно еднозначен, но логически погледнато, е нормално и очаквано добитите знания по математика да бъдат употребявани предимно като инструмент в часовете по природни науки, а не тъй или иначе все недостатъчните часове по математика да се използват за изучаване на знания по природни науки. Практическите примери, разбира се, имат своето място и в часовете по математика. Основно след въвеждането на нови знания може да се покажат малко непосредствени практически приложения, за да се демонстрира насока къде тези знания ще бъдат използвани – това ги подготвя по-добре за директна употреба в часовете по другите учебни предмети.

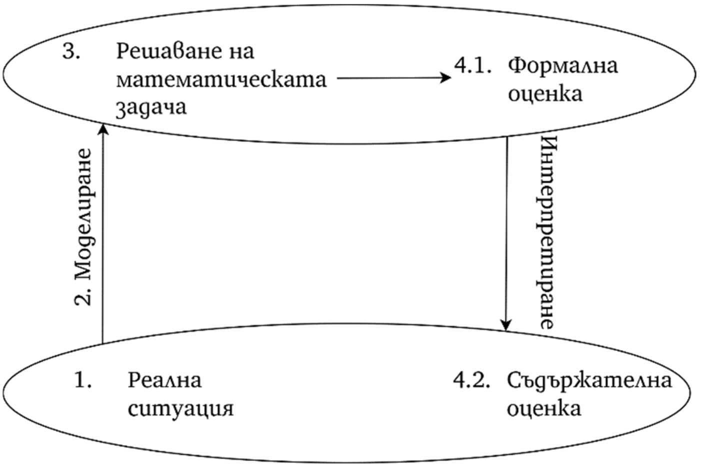
През годините са правени множество опити за засилване на междупредметните връзки между природните науки и математиката, но повечето от тях или не са се реализирали качествено, или не са устояли на времето. Добър исторически пример за силна междупредметна интеграция в България е системата на Проблемна група в образованието. Тя обаче беше отхвърлена твърде рано вероятно *поради увлечението към пълно унищожаване на различните учебни дисциплини* (Gyuzhenov & Ganchev, 2008). Така не можаха да се заявят напълно категорично нейните силни и слаби страни. В съвременните нормативни документи има заявки за спазване на точна хронологична подредба и използване на междупредметни връзки, но практиката показва, че приложението е далеч от добро. Като пример може да бъдат посочени силните разминавания дори на ниво учебни програми между компютърно моделиране и информационни технологии (КМИТ) и математика. Още по-голям се оказва проблемът със синхронизацията на учителите. Често се наблюдава, че дори добре планирани разпределения не успяват да бъдат спазени – разминаванията се получават по най-различни причини (например поради някакво извънредно събитие даден урок по математика е пропуснат, което води до изучаването на конкретни знания не преди, а след като вече са били използвани в друга дисциплина).

Един съвременен вариант за справяне с тези проблеми е концепцията за STEM обучение. Идеята за създаване на интегрирани уроци между математика и природни науки цели не само създаването на обобщаващи, разнообразни и атрактивни учебни часове, които ангажират учениците по нов начин, но и насърчава сътрудничеството между учителите, като ги мотивира да се интересуват от съдържанието и подходите в преподаването на съседните дисциплини. Това е ключова стратегия за практическо осъществяване на добри междупредметни връзки, защото дори перфектно написани учебни програми и учебници няма да могат да постигнат желания ефект, ако учителите не съдействат активно с осъзнатото им прилагане.

2. Същност на математическото моделиране

Pollak (2007) описва математическото моделиране като *формулиране на проблем извън математиката, разбиране на проблема, визуализирането и намирането на решението му.* Lesh и Harel (2003) дефинират математическото моделиране като *дейност по намиране на количествено измерими модели на дадено явление и неговото обобщение.* Математическото моделиране е процесът на срещане с неопределена ситуация, нейното проблематизиране и прилагане на проучване, разсъждение и математически структури за трансформиране на ситуацията. С други думи, учениците се запознават с някакъв проблем от реалния свят (напр. практическа задача или данни от експеримент) и преминават през стъпки на опростяване, математизация (създаване на уравнения или други математически представяния), изчисления, решават получената задача и интерпретират резултатите обратно в контекста на дадения в началото проблем. Полученият математически модел служи като аналитичен инструмент – той е опростено представяне на действителността, чрез което могат да се изведат изводи или прогнози.

Вижда се, че *същността на моделирането се състои в замяна на реални обекти с идеални обекти* (Ninova & Petrov, 2025). Можем да обобщим казаното дотук, като опишем математическото моделиране като процес, при който чрез последователна идеализация и конкретизация сложен реален проблем се трансформира в чисто математическа задача, след чието решение се преминава през процес на интерпретиране на получената от математическата задача формална оценка за получаване на крайната и желана съдържателна оценка. Схема на този процес е показана на фиг. 1.



Фигура 1. Схема от (Нинова и Петров, 2025)

Процесът на математическо моделиране може да се упражнява както чрез дедуктивно подредени автентични дейности за моделиране на проблеми, така и чрез индуктивно организирани изследователски запитвания, които насърчават учениците сами да откриват закономерности и да формулират обобщени модели. В първия случай акцентът е върху прилагането на знания в контекст, докато във втория се развиват умения за откривателско учене и създаване на нови връзки между математиката и реалността. Като примери могат да бъдат посочени (English & Sriraman, 2010) и (Sokolowski & Rackly, 2011). Поради това, че е обусловено от контекста, придобиването на знания чрез процесите на моделиране играе важна роля в развитието на уменията на учениците не само в часовете по математика, но и в други дисциплини, особено в природните науки (Lesh & Harel, 2003; Wells, Hastens & Swackhamer, 1995). Чрез математическото моделиране се постига изместване на фокуса на обучението от намиране на уникални решения към подобряване на уменията за разработване на общи процеси на решения чрез трансформиране и интерпретиране на информация, изграждане на модели и валидиране на моделите.

Особено подходящи са онези практически задачи, които позволяват експериментиране с различни математически модели. Такива дейности дават възможност, след като бъде направена съдържателна оценка на резултатите, да се върнем към модела и да го усъвършенстваме. Подобен цикличен подход е илюстриран на фиг. 2.

Фигура 2. Възможност за подобряване на математическия модел след получаване на съдържателната оценка чрез интерпретация на резултати от реалния свят

детерминирани и стохастични. Детерминирани модели са тези, при които всички параметри и начални условия са точно определени, а резултатите от решаването на математическата задача са напълно предсказуеми. Това означава, че при едни и същи входни данни винаги се получават едни и същи изходни резултати. Стохастичните модели се различават с това, че включват елементи на случайност в алгоритъма за решение на задачата, които влияят на получените резултати. По този начин при едни и същи входни данни има известна вариация на изходните резултати. Макар че реалният свят е много сложен и много често дори в експериментите се намесват независими променливи, които правят процеса стохастичен, в училище основно се използват детерминирани модели. Причината за това е в тяхната опростеност – отпада нуждата от задълбочено анализиране на независимите променливи, от многократното повтаряне на един и същи експеримент и от статистическата обработка на резултатите

3. Примерни задачи с математическо моделиране за часовете по общообразователна подготовка в 9. клас

В рамките на проведен експеримент в ПМГ „Акад. Боян Петканчин“ – Хасково, бяха подбрани и апробирани четири задачи, включващи математическо моделиране.

Задача 1: връзка между алгебра и реален житейски избор

Дадено: Две компании предлагат лицензи за достъп до онлайн игри:

– „ГеймНет“ предлага абонамент за 12 игри за месечна такса от 12 лв. Всяка допълнителна игра извън базовия пакет струва допълнителни 2 лв.

– „ПлейМакс“ не изисква месечна такса, но всяка игра се заплаща по 3,50 лв.

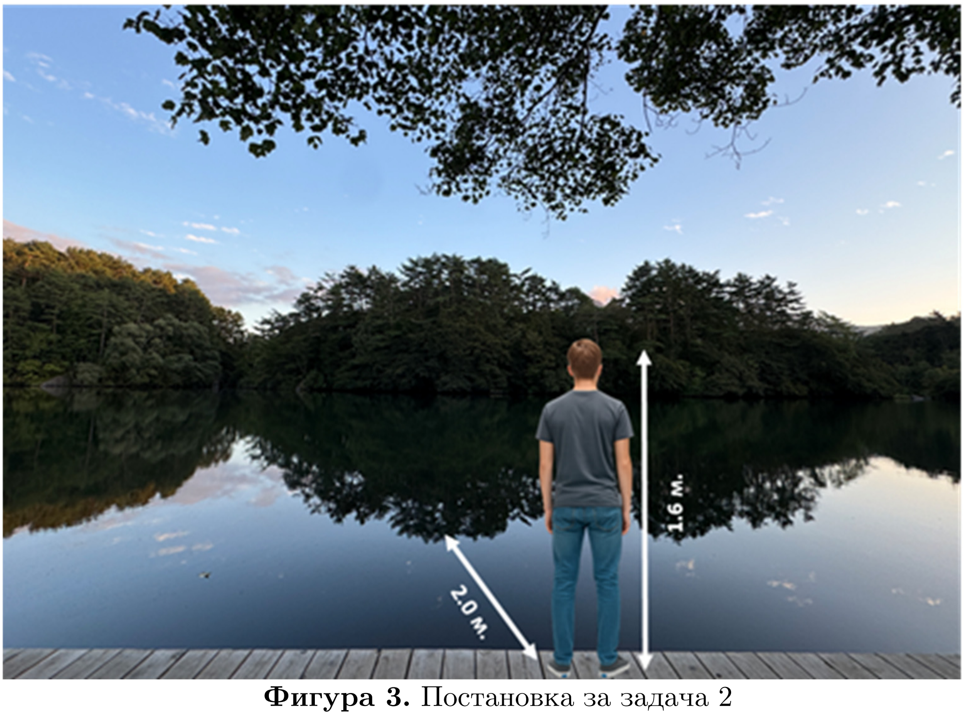
Да се намери: При какъв брой допълнителни игри месечно двете оферти ще струват еднакво? Коя оферта е по-изгодна при по-малко/повече игри?

Решение: За отговор на първия въпрос се очаква учениците да съставят функциите $f(x) = 12 + 2x$ („ГеймНет“) и $g(x) = 3{,}5x$

(„ПлейМакс“), след което да решат уравнението $12 + 2x = 3{,}5x$. За достигане до отговор на втория въпрос е подходящо да се начертаят графиките на тези функции, по които да се направят съответните раздъждения.

Задача 2: геометрично моделиране

Дадено: Момче стои неподвижно на единия бряг на езеро. На отсрещния бряг се намират три хълма, които са обрасли с дървета. Върховете на дърветата от брега се отразяват изцяло във водната повърхност. Момчето е застанало така, че вижда върха на най-високото дърво точно в неговото отражение във водата, както е показано на фигурата (фиг. 3).



Фигура 3. Постановка за задача 2

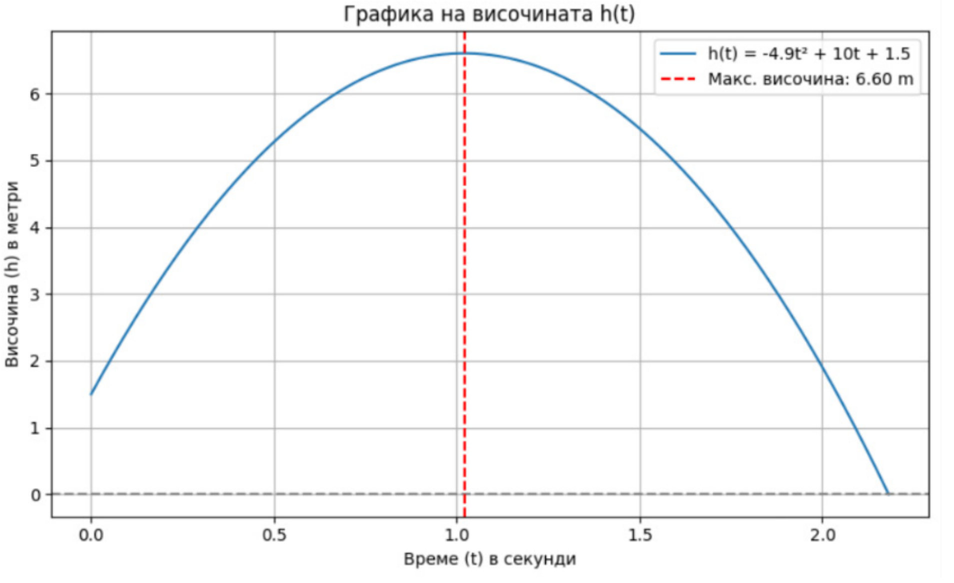
Младежът направил следните измервания.

– Разстоянието от него до точката на отражението на върха на дървото върху водната повърхност е 2 метра.

– Разстоянието от тази точка на отражение до основата на дървото на отсрещния бряг е 8 метра.
– Височината на младежа е 1.6 метра.

Да се намери: Колко е височината на най-високото дърво?
Решение: Очаква се учениците да се досетят, че може да използват два подобни триъгълника: малък (ученик – езеро – отражение) и голям (дърво – езеро – отражение). Оттам се използват пропорция на страните на подобни триъгълници.

Задача 3: приложение на квадратната функция
Дадено: Ученик хвърля топка от височина $h_0 = 1.5\,\mathrm{m}$ вертикално нагоре от със скорост $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$. Приемаме, че гравитационното ускорение е $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$, а съпротивлението на въздуха е пренебрежимо.



Фигура 4. Графика на функцията от задача 3

Да се намери: Изведете формула за височината $h(t)$ на топката над земята в зависимост от времето t. Намерете максималната височина, която достига топката. Намерете времето, за което топката достига максималната височина. Намерете времето, за което топката ще падне на земята (т.е. когато $h(t) = 0$). Начертайте графиката на функцията $h(t)$ и опишете какво представлява тя.

Решение: Учениците трябва да се досетят, че задачата може да бъде решена чрез кинематичното уравнение, което вече е изучавано по физика: $h(t) = h_0 + v_0 t - 0.5gt^2$. Замествайки дадените стойности, се получава квадратна функция с отрицателен коефициент пред втората степен, поради което се получава „обърната надолу" графика на функция. След съставяне на съответното уравнение поставените задачи се решават тривиално.

Задача 4. Математическо моделиране по темата за „Опорно-двигателна система – скелет и скелетни мускули" с помощта на асистент и изкуствен интелект.

а) Подготовка в часовете по биология и здравно образование

– Класът се разделя на малки групи от по 2 ученици.

– Насърчава се използването на платформа за изкуствен интелект (в конкретното изследване беше използвано приложението Copilot на Microsoft).

– Всяка група изследва различен въпрос, свързан със значението на двигателната система за здравето, движението и ежедневието.

Учениците в групите работят индивидуално и групово в часовете по биология и здравно образование от общообразователната подготовка. В рамките на един учебен час се прави представяне на изготвените презентации по групи.

Таблица 1. Теми за групите от задача 4

1. Здравословен начин на живот
1.1. Какви навици подпомагат здравето на костите и мускулите?
1.2. Какви са последствията от обездвижване върху опорно-двигателната система?
1.3. Какви храни са полезни за здрави кости и мускули?

2.	**Физическа активност и спорт**
2.1.	Какви упражнения укрепват скелетната мускулатура?
2.2.	Как да се предпазим от травми при спорт и физическа активност?
2.3.	Какво е значението на загрявката преди тренировка?
3.	**Заболявания и профилактика**
3.1.	Какво представлява остеопорозата и как може да се предотврати?
3.2.	Какви са симптомите на мускулна атрофия и как се лекува?
3.3.	Какви са най-честите ставни заболявания и какво ги причинява?
4.	**Координация и контрол**
4.1.	Как мозъкът и нервната система контролират движенията?
4.2.	Какво се случва при мускулен спазъм и как да реагираме?
5.	**Развитие и стареене**
5.1.	Как се променя опорно-двигателната система с възрастта?
5.2.	Какви са разликите между детски и възрастния скелет?
6.	**Здравословен начин на живот**
6.1.	Какви навици подпомагат здравето на костите и мускулите?
6.2.	Какви са последствията от обездвижване върху опорно-двигателната система?

б) Съставяне на математически модел

След представянето на всяка група класът създава примерен математически модел, който може да се използва при формулиране на отговори на въпроси, свързани със ставни заболявания, остеопороза и мускулна атрофия, като се поставя особен акцент в контекста на профилактика и лечение. Целта на модела е да предвиди риска от развитие на ставно заболяване и да оцени ефективността на профилактични мерки. Използва се регресионен модел или вероятностен модел, базиран на следните променливи.

Независими променливи (входни данни):

– Възраст (години)
– Пол
– Ниво на физическа активност (часове/седмица)
– Индекс на телесна маса (BMI – Body Mass Index)
– Прием на калций и витамин D
– Наличие на фамилна анамнеза за остеопороза/артрит
– Хормонален статус (особено при жени)
– Наличие на хронични заболявания (напр. диабет)

Зависими променливи (изход):

– Риск от остеопороза (в проценти)
– Вероятност от мускулна атрофия
– Вероятност от развитие на ставно заболяване
– Очаквано време до първи симптоми (в години)

Примерен регресионен модел, чиято цел е да прогнозира непрекъсната стойност (число), показващо риска от остеопороза (в проценти), е следният.

Формула за прогнозиране на риска от ставни заболявания:

$$R = 100.(base\_risk + 0{,}01.(\alpha - age) + 0{,}01.(\beta - BMI) + \gamma + \delta\,.activity),$$

където:

– R – прогнозираният риск (стойност между 0 и 1)

– $base\_risk$ – средностатистически популационен риск (приемаме, че е 0,3)

– age – години

– α – референтна възраст от 50 години, при която рискът е балансиран. С напредване на възрастта рискът от остеопороза се увеличава. Стойността от 50 години се използва като референтна точка, тъй като около тази възраст настъпват хормонални промени при жените.

– BMI – индекс на телесната маса ($BMI = \frac{(\text{тегло в кг})}{(\text{ръст в метри})^2}$)

– β – референтен *BMI*, който се счита за здравословен: 22. По-нисък BMI е свързан с по-висок риск от остеопороза, тъй като по-ниската телесна маса води до по-малко натоварване на костите и намалява тяхната здравина.

– γ – коефициент за пол (0,05 за жена или 0 за мъж). Жените са значително по-засегнати от остеопороза, особено след менопаузата, поради спад в нивата на естроген. Това води до по-висок базов риск.

– $activity$ – брой часове спорт на седмица

– δ – 0,01: коефициент за физическа активност, който отразява защитния ефект от движение. Липсата на движение е сред основните рискови фактори. Редовната физическа активност подобрява костната плътност и намалява риска от фрактури.

След представяне на формулата се разглеждат в табличен вид примери за три жени на различна възраст и съответните стойности са отразени в таблица. При изчисляване на R използваме следните стойности на константите (определени на базата на емпирични данни).

Таблица 2. Примерни данни за риск от остеопороза при три жени

Възраст	**Тегло (кг)**	**Ръст (м.)**	**BMI**	**Активност (ч./седм.)**	**Прогнозиран риск (R) в %**
28	51	1,63	19,20	28	**87,80**
48	64	1,65	23,51	35	**70,49**
68	65	1,67	23,31	24	**39,69**

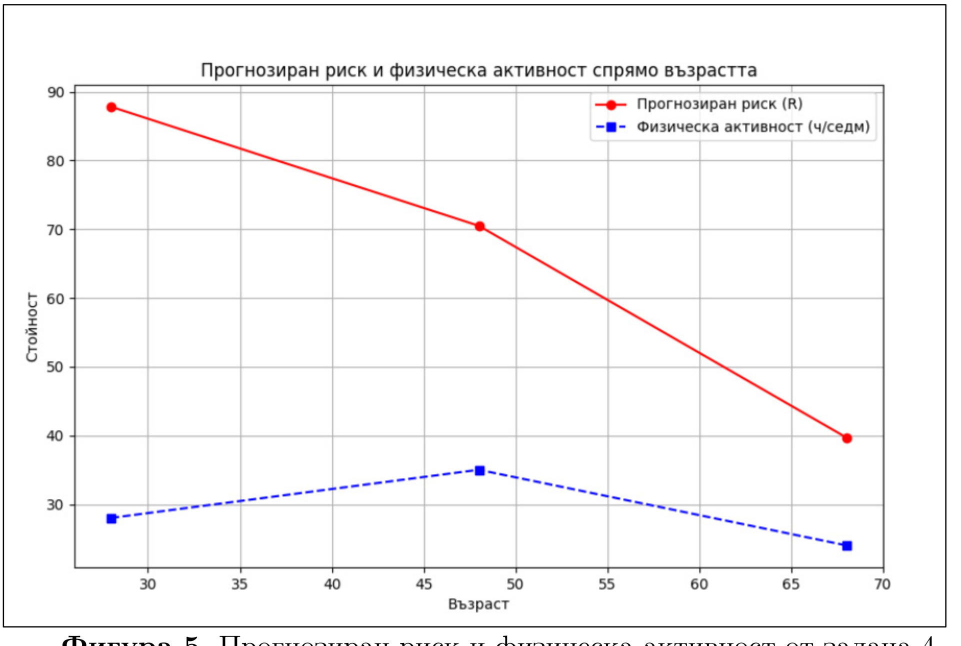
Данните се анализират и обсъждат в час. На тяхна база се прави графика, чрез която се прави опит за прогноза и извеждане на тенденция (фиг. 5). Диаграмата показва, че рискът от остеопороза не зависи само от възрастта, а е комбинацията между *BMI*, физическа активност и пол. Високата физическа активност и здравословният *BMI* могат значително да намалят риска дори при по-възрастни хора.

При решението на тази задача учениците са насърчени да си помагат активно със система за изкуствен интелект по следните начини.

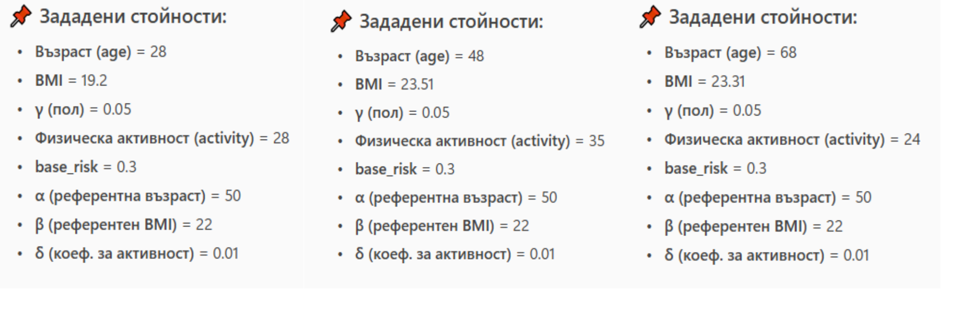
– Разясняване на медицински и биологични термини: получават обяснения за понятия като остеопороза, мускулна атрофия, фамилна анамнеза, хормонален статус и др. Разбират как различни фактори влияят върху здравето на костите и ставите.

– Подпомагане при създаване и анализ на математически модели: формулиране на регресионни или вероятностни модели;

автоматично изчисляване на стойностите на **BMI** и **R** по зададени параметри.



Фигура 5. Прогнозиран риск и физическа активност от задача 4



Зададени стойности:

- Възраст (age) = 28
- BMI = 19.2
- γ (пол) = 0.05
- Физическа активност (activity) = 28
- base_risk = 0.3
- α (референтна възраст) = 50
- β (референтен BMI) = 22
- δ (коеф. за активност) = 0.01

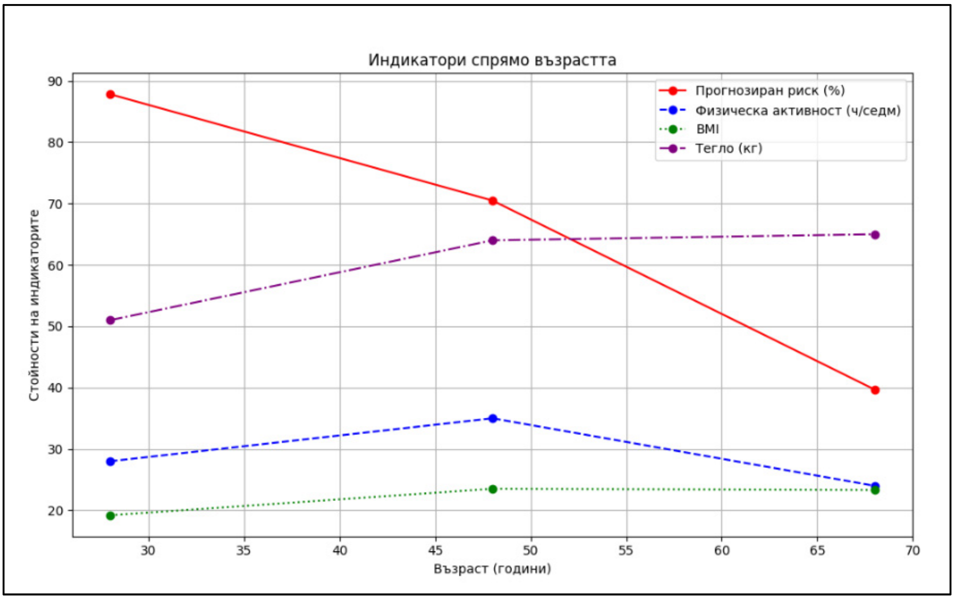
Зададени стойности:

- Възраст (age) = 48
- BMI = 23.51
- γ (пол) = 0.05
- Физическа активност (activity) = 35
- base_risk = 0.3
- α (референтна възраст) = 50
- β (референтен BMI) = 22
- δ (коеф. за активност) = 0.01

Зададени стойности:

- Възраст (age) = 68
- BMI = 23.31
- γ (пол) = 0.05
- Физическа активност (activity) = 24
- base_risk = 0.3
- α (референтна възраст) = 50
- β (референтен BMI) = 22
- δ (коеф. за активност) = 0.01

Фигура 6. Изчисления на стойности с използване на *Copilot* в постановката на задача 4



Фигура 7. Индикатори спрямо възрастта при намиране на прогнозен риск в постановката на задача 4

– Визуализация на резултати чрез графики и диаграми и включване на още индикатори, което допринесе за по-доброто разбиране как R зависи от участващите във формулата параметри.

– Проверка на изчисления и симулации: валидиране на изчисленията на учениците и извършване на корекции.

– Подпомагане на сътрудничеството: учениците могат да работят в екип за създаване на общи документи; генериране на текстове за презентации; формулиране на хипотези и интерпретации.

4. Резултати

Решаването на задача 1 предостави на учениците възможност да изградят алгебрични модели на реална житейска ситуация чрез линейни функции. Чрез графичното представяне на тези функции учениците развиха умения за интерпретиране на математически зависимости в контекст, близък до ежедневието им. Особено ценен бе моментът на осъзнаване, че координатата на пресечната точка между графиките представлява критичния брой допълнителни игри, при който двете оферти са равностойни.Този подход насърчи функционалното мислене и аналитичните умения на учениците, като ги постави в ситуация на сравнение и избор, базиран на математически аргументи. За разлика от традиционните задачи, които често се ограничават до изчертаване на една линейна функция, настоящата задача изисква съпоставяне на две функции и анализ на техните графики. Това създаде условия за по-дълбоко разбиране на понятието линейна зависимост и за осмисляне на нейното приложение в реални житейски ситуации.

Задача 2 съчетава геометрично мислене с елементи от физиката и предлага богати възможности за интердисциплинарно обучение. През годините подобни задачи са използвани успешно в кръжочна форма на обучение – пример за това може да се види още от 50-те години на миналия век, докладван в (Ganchev, 1958). Тя изисква от учениците не само да приложат знания за подобни триъгълници, но и да разпознаят физичен закон, който стои в основата на наблюдаваното явление – закона за отражението на светлината, според който ъгълът на падане е равен на ъгъла на отражение. Този физичен принцип е ключов за разбирането на геометричната постановка: фактът, че ученикът вижда върха на сградата в отражението, означава, че светлинният лъч, идващ от върха, се отразява от повърхността на локвата под същия ъгъл, под който попада в окото му. Това гарантира, че образуваните триъгълници (ученик – локва – отражение и сграда – локва – отражение) са подобни, тъй като имат равни ъгли. Свързвайки теорията с практиката, учениците разбраха как геометрията може да се използва за измерване на недостъпни обекти. Тази задача създаде условия за активно учене, при което учениците не просто прилагат знания, а ги осмислят в контекст, като изграждат умения за наблюдение, анализ и аргументирано решаване на проблеми.

Задача 3 превърна изучаването на квадратната функция в смислено и приложимо знание. Учениците не само усвоиха математически техники, но и формираха разбиране за тяхното приложение в реални физични ситуации. Това допринесе за изграждане на компетентности, свързани с моделиране, интерпретация и критично мислене. Таблица 3 представя сравнителен анализ между използвания подход и традиционното преподаване на темата за квадратна функция в 9. клас в рамките на общообразователната подготовка.

Таблица 3. Сравнителен анализ между традиционния и иновативния подход при изучаване на квадратна функция

Традиционен подход	Подход в задачата
Работа с квадратни уравнения	Работа с реална физична ситуация, водеща до същата функционална форма
Изучаване на свойства на параболата чрез формули и графики	Извеждане на функцията от кинематичен модел и анализ на нейното поведение
Често липсват контекст и приложение	Ясна връзка с реален процес – движение на тяло под въздействие на гравитацията
Решаване на уравнения и неравенства без интерпретация	Решенията имат физически смисъл – време на достигане на максимум, време на падане

Задача 4 демонстрира как интегрираното обучение по биология, здравно образование и математика може да бъде обогатено чрез използване на информационни технологии. Чрез нея учениците не само усвояват знания за опорно-двигателната система, но и развиват умения за математическо моделиране, критично мислене и интерпретация на данни в контекста на реални здравни проблеми.

В началния етап на задачата учениците работиха в екипи по предварително зададени теми, свързани със здравето на костите и мускулите. Темите обхващат широк спектър – от здравословен начин на живот и физическа активност до заболявания, контрол на движенията и стареене. Това създава условия за учене чрез изследване, при което учениците формулират хипотези, търсят информация, създават презентации и дискутират резултатите. Използването на платформа за изкуствен интелект (в случая – *Copilot* на *Microsoft*) подпомогна процеса чрез: обяснение на медицински термини;

структуриране на аргументи; генериране на визуализации, проверка на изчисления и модели.

Във втората част на задачата учениците създадоха регресионен модел, който прогнозира риска от остеопороза и други ставни заболявания. Моделът включва множество входни променливи – възраст, BMI, физическа активност, пол и др., което изисква синтез на знания от различни области.

Този подход се различава съществено от традиционното учебно съдържание в 9. клас, което най-често се ограничава до работа с абстрактни функции и уравнения, без връзка с реални данни. В случая: учениците работиха с числови стойности по реални данни и емпирични зависимости; анализираха графики и тенденции, свързани със здравето; правиха прогнози и интерпретации, които имат практическо значение.

Отзивите на учениците бяха положителни и при четирите задачи. Двамата учители – по математика и по биология, споделиха за съществено позитивно оживление в класната стая. Остава отворен въпросът за ефективността. Например при задача 3 използваното учебно време за въвеждане в предметната област на задачите, за акцентиране на междупредметните връзки и интерпретацията на резултатите от математическата задача беше за сметка на намалено учебно време за чисто математически упражнения. Същото може да се твърди и при въвеждане на подобни задачи при другите учебни дисциплини. Въпреки това отзивът на учителите беше по-скоро положителен – самият факт, че задачите предизвикват повишен интерес у учениците, е достатъчно позитивен ефект, който компенсира другите недостатъци. Това, разбира се, би имало своя лимит – този ефект би бил изгубен, ако подобни задачи се използват във всеки учебен час. Поради това авторът на статията предлага подобни задачи да се използват с добре премерено и планирано предварително разпределение.

5. Заключение

Резултатите от проведеното изследване в ПМГ „Акад. Боян Петканчин“ показват, че математическото моделиране в първи гимназиален етап е не само приложимо, но и изключително ефективно средство за изграждане на междупредметни връзки между математиката и природните науки – физика, биология и информационни технологии. За учениците обаче достъпът до AI инструменти е двупосочен: от една страна, те могат да ги ползват за допълнителни обяснения и тренировки (напр. ученик, затруднен с дадена задача, може да поиска от чатбот разяснение или аналогична задача за практика). От друга страна, съществува опасение от страна на учителите, че някои ученици може просто да копират решения от AI, без да ги разберат. Това предизвиква дискусии как отговорно да се използват тези нови технологии в учебния процес. Математическите модели са естествена част от решаването на много проблемно базирани задачи по математика. Когато учениците се сблъскат с практически проблем, една от първите стъпки е да структурират проблема, като открият количествените зависимости в него. Именно тук говорим за изграждане на модел: дефинират се променливи, извеждат се уравнения или други математически отношения, които описват ситуацията. Въпреки многото ползи интегрирането на нови методи, като моделирането и AI платформите в образованието, идва с редица предизвикателства. Разработването на добри проблемно базирани задачи и интегрирането на технологии изискват значително време за подготовка от страна на учителя. Планирането на проект, намирането или създаването на подходящ проблем, проектирането на необходимите ресурси (напр. ако трябва специален софтуер или хардуер) – всичко това е повече работа в сравнение с традиционния урок. Учениците също могат да се почувстват претоварени, ако задачата е твърде комплексна или ако не са свикнали с такъв тип учене. Интеграцията на ИИ и нови методи поставя учителя в нетипична роля – той не е единствен източник на знания, а по-скоро наставник. Някои преподаватели може да се чувстват несигурни в използването на технологии, да се притесняват, че няма да могат да отговорят на всички въпроси, които ще възникнат, или че учениците ще ги „надминат" в техническите умения. Освен това липсата на официално обучение за работа с AI инструменти затруднява учителите да ги внедрят уверено. Учителят трябва предварително да обмисли правилата за използване на AI от учениците. Например: може ли ученик да пита ChatGPT по време на час? Кога и как? Ако тези рамки се установят (в идеалния случай заедно с учениците), учителят ще избегне хаос или злоупотреба. Също е полезно да се обясни на класа, че AI понякога греши или „измисля“ – така че всичко, което моделът каже, трябва да се проверява. В тази връзка, David Williamson Shaffer (2006) подчертава следното: *Когато учениците използват технологии, включително изкуствен интелект, за решаване на реални проблеми, те не просто учат факти – те учат как да мислят като математици, учени и граждани. Но това изисква да умеят да поставят под съмнение, да проверяват и да валидират информацията, която получават.*

ЛИТЕРАТУРА

Ганчев, И. (1958). Как работи кръжокът на ученици по математика от XI клас на Първо средно смесено училище в Свищов през 1957 – 1958 уч. г. *Математика и физика*, кн. 5.

Гюдженов, И., Ганчев, И. (2008). Матричен подход при решаване на проблема за междудисциплинните връзки във висшите училища. *Математика и математическо образование – сборник с научни статии от 37. научна конференция на Съюза на математиците в България*, Боровец, България.

Нинова, Ю., Петров, Ф. (2025). *Методика на обучението по математика – обща методика.* Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, София, България.

REFERENCES

Sokolowski, A. (2015). The Effects of Mathematical Modelling on Students' Achievement: Meta-Analysis of Research. *IAFOR Journal of Education*, *3*(1), 93 – 114.

Pollak, H. (2007). Mathematical modelling—A conversation with Henry Pollak. *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. Boston, MA: Springer US, 109 – 120.

Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical thinking and learning*, *5*(2 – 3), 157 – 189.

Sriraman, B., & English, L. (Eds.). (2010). *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 309 – 331). New York: Springer.

Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W., & Brown, J. P. (Eds.). (2013). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*. Springer Science & Business Media.

Wells, M., Hestenes, D., & Swackhamer, G. (1995). A modeling method. *American journal of physics*, *63*(7), 606 – 609.

Shaffer, D. W., & Gee, J. P. (2006). How computer games help children learn. *New York: Palgrave Macmillan*.

Ganchev, I. (1958). Kak raboti krazhokat na uchenitsi po matematika ot XI klas na Parvo sredno smeseno uchilishte v Svishtov prez 1957 – 1958 uch. g. Matematika i fizika, kn. 5. (in Bulgarian)

Gyuzhenov, I., Ganchev, I. (2008). Matrichen podhod pri reshavane na problema za mezhdudistsiplinnite vrazki vav visshite uchilishta. *Matematika i matematichesko obrazovanie – sbornik s nauchni statii ot 37. nauchna konferentsia na Sayuz na matematitsite v Bulgaria*, Borovets, Bulgaria. (in Bulgarian)

Ninova, Yu., Petrov, F. (2025). *Metodika na obuchenieto po matematika – obshta metodika.* Universitetsko izdatelstvo „Sv. Kliment Ohridski“, Sofia, Bulgaria. (in Bulgarian)

MATHEMATICAL MODELING IN GRADES 8 – 10: BUILDING INTERCURRICULAR CONNECTIONS BETWEEN MATHEMATICS, PHYSICS, BIOLOGY AND INFORMATIONAL TECHNOLOGIES

Abstract. This article examines the pedagogical and organizational challenges involved in implementing mathematical modeling tasks in school education. It analyzes the role of such tasks as means of connecting abstract mathematical concepts with real-life situations, as well as their appropriate placement within the curriculum—whether in mathematics classes or science lessons. Examples from Bulgarian educational practice is presented, including historical attempts at interdisciplinary integration and current regulatory challenges. The concept of STEM education is proposed as an effective approach to overcoming the lack of synchronization between curricula and to encouraging collaboration among teachers.

Keywords: mathematical modeling; interdisciplinary connections; STEM education; integrated lessons; curriculum synchronization

✉ **Gergana Petrova**
PMG "Acad. Boyan Petkanchin"
Haskovo, Bulgaria
E-mail: gerganapetrova@pmg-haskovo.org