

## КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ НА БРОЯ

**Задача 1.** Да се докаже, че при  $x \neq 1$  и  $n \in \mathbb{N}$  са изпълнени равенствата:

$$\begin{aligned} \text{а) } \sum_{k=1}^n kx^{k-1} &= \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}; \\ \text{б) } \sum_{k=1}^n (2k-1)x^{k-1} &= \frac{(2n-1)x^{n+1} - (2n+1)x^n + x + 1}{(1-x)^2}; \\ \text{в) } \sum_{k=1}^n k^2x^{k-1} &= \frac{-n^2x^{n+2} + (2n^2 + 2n - 1)x^{n+1} - (n+1)^2x^n + x + 1}{(1-x)^3}. \end{aligned}$$

Слави Харалампиев и Румяна Несторова, Враца

**Задача 2.** В остроъгълния триъгълник  $ABC$  точката  $O$  е такава, че  $\sphericalangle OAB = \sphericalangle OCA$  и  $\sphericalangle OBA = \sphericalangle OCB$ . Ако  $D$  е пресечната точка на симетралата на отсечката  $OC$  и правата през  $B$ , успоредна на  $OC$ , да се докаже, че ортогоналните проекции на  $O$  върху правите  $CA$ ,  $AB$ ,  $BD$  и  $DC$  са върхове на равнобедрен трапец или правоъгълник.

Хаим Хаимов, Варна

**Задача 3.** Точките  $O$ ,  $A$ ,  $A_1$  и  $A_2$  в този ред лежат на права  $l_1$ , а точките  $O$ ,  $B$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  в този ред лежат на права  $l_2$ . Нека  $OA > OB$ ,  $AA_1 = BB_1$  и  $A_1A_2 = B_1B_2$ .

а) Да се докаже, че описаните окръжности  $k$ ,  $k_1$  и  $k_2$  съответно на триъгълниците  $OAB$ ,  $OA_1B_1$  и  $OA_2B_2$  имат втора обща точка  $M$ .

б) Ако  $C$ ,  $C_1$  и  $C_2$  са средите съответно на отсечките  $AB$ ,  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$ , да се докаже, че  $C$ ,  $C_1$  и  $C_2$  лежат на една права  $l$ .

в) Ако  $l \cap l_1 = P$ , да се определи ъгълът между правите  $l_1$  и  $MP$ .

Сава Гроздев, София, и Веселин Ненков, Бели Осъм

**Краен срок за изпращане на решения 31 март 2018 г.**

Конкурсът е традиционен и победителите ще бъдат наградени. В края на 2017 г. ще бъдат определени читателите с най-интересни решения на конкурсните задачи, а така също най-активните композитори на нови задачи, както и авторите на най-интересните статии в списанието. Първенците ще получат безплатни годишни абонаменти за 2018 г.

Решенията трябва да бъдат представени ясно, като е задължително всяка задача да е на отделен лист. Моля, изпращайте решенията на адреса на редакцията или в електронен вид на [mathinfo@azbuki.bg](mailto:mathinfo@azbuki.bg) и [vnenkov@mail.bg](mailto:vnenkov@mail.bg).