

ГРАФИЧЕН МЕТОД ЗА РЕШАВАНЕ НА УРАВНЕНИЯ

Информационните технологии – инструментариум
за решаване на математически проблеми

Красимир Димитров

51. Средно училище „Елисавета Багряна“ – София

Резюме. Статията разглежда възможности за решаване на различни класове уравнения – линейни, квадратни, биквадратни и приведими към тях, с различни методи за решаване по достъпен и усвоим начин, използвайки технологии от учебното съдържание. За целта може да бъде използван и специализиран софтуер.

Показани са примери за решаване на конкретни задачи с помощта на Excel и Geogebra.

Keywords: curriculum of mathematics; classes of equations; specific models; technology; software; Geogebra; Excel

В учебното съдържание по математика е залегнало изучаването на определени класове уравнения – линейни, квадратни, биквадратни и приведими към тях. С усвояването на материала учениците осъзнават, че изброените видове са една безкрайно малка част от видовете уравнения, които би ни се наложило да решаваме при анализиране на конкретни модели от практиката.

Ето защо е добре да се запознаем с други методи за решаване на уравнения по достъпен и усвоим начин с използването на технологии от учебното съдържание. Можем да използваме и специализиран софтуер.

Да започнем с дефинирането на задачата:

Да се реши уравнението $4x^3 - 8x + 1 = 5x^4 - 16x^2 + 3$.

Видно е, че това уравнение от IV степен е нерешимо чрез методите, изучавани в средното образование по математика, I равнище.

Ще използваме изучавания в часовете по информационни технологии модул MS Excel. Лявата страна на уравнението ще представим като функция $f(x)$, чийто аргумент е в интервала $[-10;10]$. Аналогично дясната част на уравнението ще представим като функция $g(x)$, чийто аргумент е в интервала $[-10;10]$.

Конкретното изпълнение на проблема е таблица, структурирана по следния начин.

– В първата колонка ще са стойностите на аргумента на двете функции с начална стойност -10 и крайна стойност +10 и стъпка на нарастване +0,01.

– Във втората колонка ще е стойността на функцията $f(x)$ за конкретната стойност на аргумента от I колонка.

– В третата колонка ще е стойността на функцията $g(x)$ за конкретната стойност на аргумента от II колонка.

– Тъй като ни интересува кога двете функции се пресичат, създаваме колона IV, в която пресмятаме разликата между текущата стойност на $f(x)-g(x)$, т.е. намираме разликата между стойностите във II и III колонка.

– Тъй като ще имаме 2000 реда при попълване на таблицата и за да облекчим навигацията, е добре да създадем някакъв маркер, по който да се ориентираме кога стойността от колонка IV се приближава към 0, т.е. се приближава до решението на зададеното уравнение. Това ще реализираме с условен оператор if и ще проверяваме дали за аргумента x е изпълнено условието $|f(x)-g(x)| < 0,5$ или $0,5 < f(x)-g(x) < 0,5$. Ако е изпълнено условието, ще се записва стойността $f(x)-g(x)$, в противен случай – интервал, т.е. празна клетка. След това ще филтрираме информацията от V колонка.

– Илюстрираме функциите с изчертаване на графики на $f(x)$ и $g(x)$ за интервалите, които удовлетворяват горното условие.

Важно е да се отбележи, че този метод е приблизителен и точността му зависи от интервала на аргумента на функциите и стъпката на нарастване.

Илюстрираме електронната таблица с фрагмент от нея:

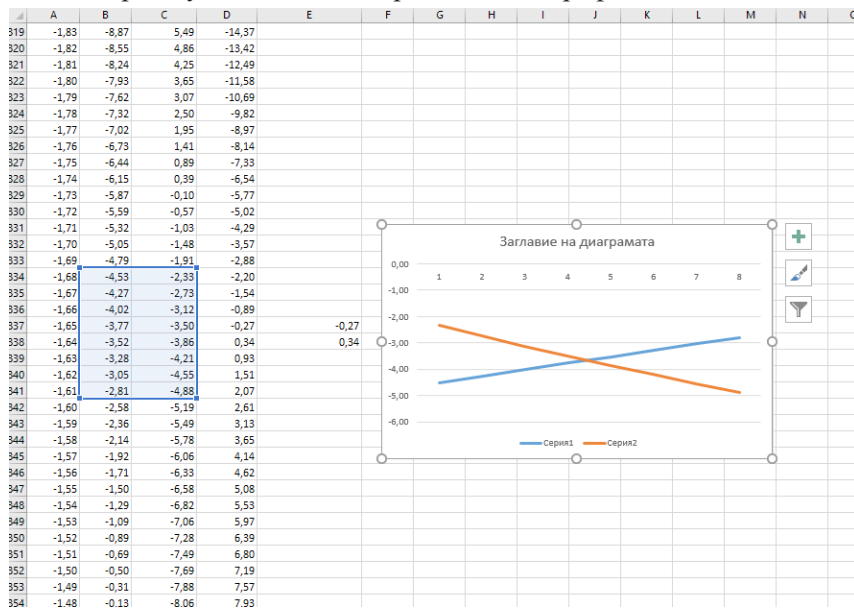
	A	B	C	D	E
1					
2	-10,00	-3919,00	48403,00		
3	-9,99	-3907,09	48206,50	-52113,59	
4	-9,98	-3895,21	48010,59	-51905,80	
5	-9,97	-3883,35	47815,28	-51698,63	
6	-9,96	-3871,51	47620,56	-51492,07	
7	-9,95	-3859,70	47426,44	-51286,13	
8	-9,94	-3847,91	47232,90	-51080,81	
9	-9,93	-3836,15	47039,95	-50876,10	
10	-9,92	-3824,41	46847,60	-50672,00	
11	-9,91	-3812,69	46655,82	-50468,51	
12	-9,90	-3801,00	46464,64	-50265,64	
13	-9,89	-3789,33	46274,04	-50063,37	
14	-9,88	-3777,68	46084,03	-49861,71	
15	-9,87	-3766,06	45894,59	-49660,65	
16	-9,86	-3754,46	45705,74	-49460,20	
17	-9,85	-3742,89	45517,47	-49260,35	
18	-9,84	-3731,34	45329,77	-49061,11	
19	-9,83	-3719,81	45142,66	-48862,47	
20	-9,82	-3708,30	44956,12	-48664,43	
21	-9,81	-3696,82	44770,16	-48466,98	
22	-9,80	-3685,37	44584,77	-48270,14	
23	-9,79	-3673,93	44399,95	-48073,89	
24	-9,78	-3662,53	44215,71	-47878,23	

Същата таблица с показани формули:

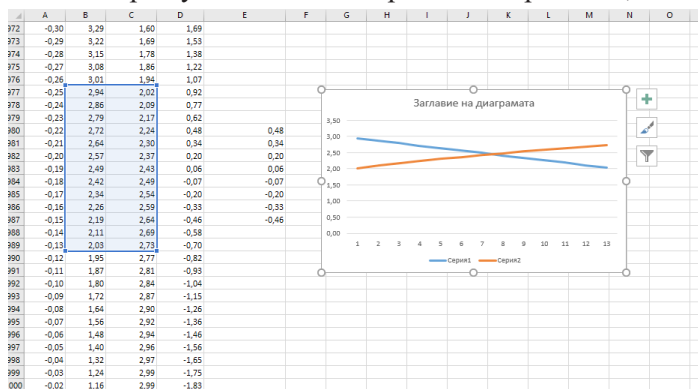
	A	B	C	D	E
1					
2	-10	=4*A2^3-8*A2+1	=5*A2^4-16*A2^2+3		
3	=A2+0,01	=4*A3^3-8*A3+1	=5*A3^4-16*A3^2+3	=B3-C3	=IF(AND(ABS(D3)<0,5);D3;" ")
4	=A3+0,01	=4*A4^3-8*A4+1	=5*A4^4-16*A4^2+3	=B4-C4	=IF(AND(ABS(D4)<0,5);D4;" ")
5	=A4+0,01	=4*A5^3-8*A5+1	=5*A5^4-16*A5^2+3	=B5-C5	=IF(AND(ABS(D5)<0,5);D5;" ")
6	=A5+0,01	=4*A6^3-8*A6+1	=5*A6^4-16*A6^2+3	=B6-C6	=IF(AND(ABS(D6)<0,5);D6;" ")
7	=A6+0,01	=4*A7^3-8*A7+1	=5*A7^4-16*A7^2+3	=B7-C7	=IF(AND(ABS(D7)<0,5);D7;" ")
8	=A7+0,01	=4*A8^3-8*A8+1	=5*A8^4-16*A8^2+3	=B8-C8	=IF(AND(ABS(D8)<0,5);D8;" ")
9	=A8+0,01	=4*A9^3-8*A9+1	=5*A9^4-16*A9^2+3	=B9-C9	=IF(AND(ABS(D9)<0,5);D9;" ")
10	=A9+0,01	=4*A10^3-8*A10+1	=5*A10^4-16*A10^2+3	=B10-C10	=IF(AND(ABS(D10)<0,5);D10;" ")
11	=A10+0,01	=4*A11^3-8*A11+1	=5*A11^4-16*A11^2+3	=B11-C11	=IF(AND(ABS(D11)<0,5);D11;" ")
12	=A11+0,01	=4*A12^3-8*A12+1	=5*A12^4-16*A12^2+3	=B12-C12	=IF(AND(ABS(D12)<0,5);D12;" ")
13	=A12+0,01	=4*A13^3-8*A13+1	=5*A13^4-16*A13^2+3	=B13-C13	=IF(AND(ABS(D13)<0,5);D13;" ")
14	=A13+0,01	=4*A14^3-8*A14+1	=5*A14^4-16*A14^2+3	=B14-C14	=IF(AND(ABS(D14)<0,5);D14;" ")
15	=A14+0,01	=4*A15^3-8*A15+1	=5*A15^4-16*A15^2+3	=B15-C15	=IF(AND(ABS(D15)<0,5);D15;" ")
16	=A15+0,01	=4*A16^3-8*A16+1	=5*A16^4-16*A16^2+3	=B16-C16	=IF(AND(ABS(D16)<0,5);D16;" ")
17	=A16+0,01	=4*A17^3-8*A17+1	=5*A17^4-16*A17^2+3	=B17-C17	=IF(AND(ABS(D17)<0,5);D17;" ")
18	=A17+0,01	=4*A18^3-8*A18+1	=5*A18^4-16*A18^2+3	=B18-C18	=IF(AND(ABS(D18)<0,5);D18;" ")
19	=A18+0,01	=4*A19^3-8*A19+1	=5*A19^4-16*A19^2+3	=B19-C19	=IF(AND(ABS(D19)<0,5);D19;" ")
20	=A19+0,01	=4*A20^3-8*A20+1	=5*A20^4-16*A20^2+3	=B20-C20	=IF(AND(ABS(D20)<0,5);D20;" ")
21	=A20+0,01	=4*A21^3-8*A21+1	=5*A21^4-16*A21^2+3	=B21-C21	=IF(AND(ABS(D21)<0,5);D21;" ")
22	=A21+0,01	=4*A22^3-8*A22+1	=5*A22^4-16*A22^2+3	=B22-C22	=IF(AND(ABS(D22)<0,5);D22;" ")
23	=A22+0,01	=4*A23^3-8*A23+1	=5*A23^4-16*A23^2+3	=B23-C23	=IF(AND(ABS(D23)<0,5);D23;" ")
24	=A23+0,01	=4*A24^3-8*A24+1	=5*A24^4-16*A24^2+3	=B24-C24	=IF(AND(ABS(D24)<0,5);D24;" ")
25	=A24+0,01	=4*A25^3-8*A25+1	=5*A25^4-16*A25^2+3	=B25-C25	=IF(AND(ABS(D25)<0,5);D25;" ")
26	=A25+0,01	=4*A26^3-8*A26+1	=5*A26^4-16*A26^2+3	=B26-C26	=IF(AND(ABS(D26)<0,5);D26;" ")
27	=A26+0,01	=4*A27^3-8*A27+1	=5*A27^4-16*A27^2+3	=B27-C27	=IF(AND(ABS(D27)<0,5);D27;" ")

Ще илюстрираме пресичането на двете графики само в участъците на сближаване на двете графики.

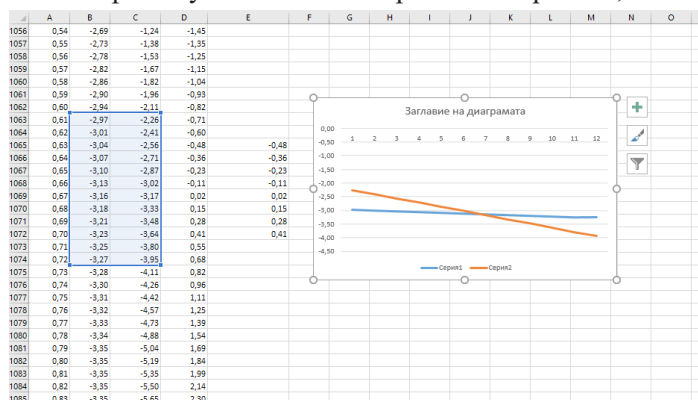
За първия участък имаме пресичане на графиките за $x=-1,65$



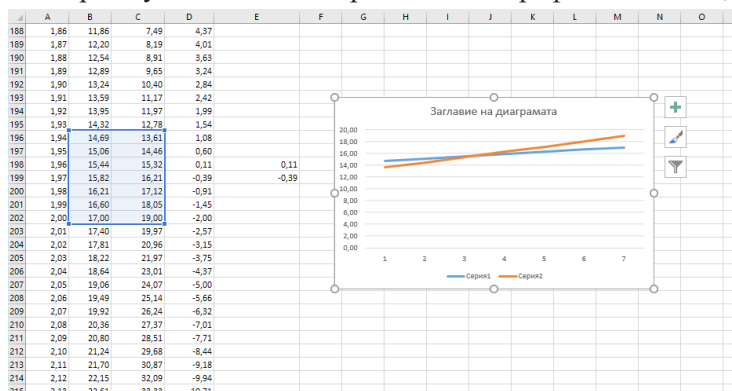
За втория участък имаме пресичане при $x = -0,19$



За третия участък имаме пресичане при $x = 0,67$



В четвъртия участък имаме пресичане на графиките за $x = 1,96$.



Можем да обобщим.

Приблизителните решения на уравнението са 4 и те са:

$$x_1 = -1,65 \quad x_2 = 0,19 \quad x_3 = 0,67 \quad x_4 = 1,96$$

Ще продължим темата с представянето и демонстрирането на част от възможностите на приложението Geogebra. В последните две години в учебното съдържание залагам поне два урока с използването на тази програма за VI и VII клас, както и за по-големите ученици. Наблюдението ми е, че децата се справят успешно с предлаганите задачи и продуктът поражда у тях интерес заради графичните възможности и създаването на динамични геометрични модели.

Сега обаче ще разгледаме друга възможност на Geogebra. А именно ще построим функциите $f(x)$ и $g(x)$, ще определим пресечните точки с техните координати, и по-специално техните абсциси, представляващи решенията на зададеното уравнение.

Резултатите от действията си ще визуализираме с прозореца:



От показаното е видно, че резултатите се потвърждават с използването на Geogebra.

Моето лично мнение е, че децата трябва да се запознаят с този продукт веднага след началния етап. По този начин ще заучават по-лесно свойствата

на геометричните фигури, пострителните методи и изследването на различните варианти на съществуване на геометричните обекти. Използването на Geogebra ще възбуди интереса към математиката и ще задълбочи познанията на учениците, ще ги вдъхнови за изследване.

Удачно е софтуерният продукт Geogebra да влезе в учебната програма по информационни технологии, създавайки междупредметна връзка с предмета математика.

A GRAPHIC METHOD FOR SOLVING EQUATIONS

Information technologies – a tool for solving mathematical problems

Abstract. The curriculum of mathematics is based on the study of certain classes of equations – linear, square, birch and editable. By learning the material, students realize that the types listed are an infinitely small part of the kinds of equations we would have to solve when analyzing specific models of practice.

Therefore, it is good to get acquainted with other methods of solving equations in an accessible and digestible way, using technology from the curriculum. We can also use specialized software. A few examples, using Geogebra and Excel are summarized.

✉ **Mr. Krassimir Dimitrov**

Mathematics and ICT Teacher

51. Secondary School “Elisaveta Bagriyana”

Sofia, Bulgaria

E-mail: sou51@abv.bg