

## ЕДИН УРОК ПО ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ В X КЛАС: ВЪЛНИ НА ДЪО БРОЙЛ

Димитър Мърваков, Михаил Аврамов  
*Софийски университет „Св. Климент Охридски“*

**Резюме.** Предлагаият урок е разработен по програмата за X клас на средното училище, която влиза в сила от учебната 2019/2020 г. В него е изложена хипотезата на Дьо Бройл за вълновите свойства на частиците, направени са числени оценки за дължината на вълната на Дьо Бройл на микро- и макрообекти с цел да се изяснят условията, при които могат да се проявяват вълновите им свойства, анализирано е експерименталното доказателство на вълните на Дьо Бройл. Специално внимание е отредено на физичната природа на вълните на Дьо Бройл. Предложени са няколко въпроса и задачи върху изложения материал, за да се подпомогне разбирането и овладяването на материала.

**Ключови думи:** уроци; вълни на дьо Бройл; преподаване; физика; астрономия

След като са намерени експериментални доказателства за корпускуларните свойства на светлината и е изградена квантовата теория за нейната природа, пред учените естествено възниква въпросът: *само светлината ли има двойс-твена природа, само тя ли се проявява като вълна при едни явления и като частица – при други явления?* Дали типичните частици (корпускулите), например електроните, при определени условия също проявяват вълнови свойства? Ако е така, картината на света ще бъде симетрична и светлината няма да заема някакво привилегировано положение. Пръв през 1923 г. отговор на този въпрос потърсил френският физик Луи дьо Бройл.

### Хипотеза на Дьо Бройл

Всяка частица с маса  $m$ , която се движи с постоянна скорост  $v$ , има енергия  $E = \frac{mv^2}{2}$ . Луи дьо Бройл предположил, че с движението на частицата е свързана вълна, чиято честота  $\nu$  се определя от енергията  $E$  чрез равенството

$$\nu = \frac{E}{h} \quad (1)$$

а дължината на вълната  $\lambda$  – с израза

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (2)$$

където  $h$  е константата на Планк. Произведението  $mv = p$  се нарича *импулс* на частицата.

По такъв начин корпускулярните характеристики на движението – енергия  $E$  и импулс  $p$ , и вълновите характеристики – честота  $\nu$  и дължина на вълната  $\lambda$ , се оказват свързани чрез съотношенията

$$E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda}.$$

Вълната, която съответства на движеща се с постоянна скорост частица, се нарича *вълна на Дьо Бройл*.

Дължината на вълната  $\lambda$  зависи от енергията на частицата. Тъй като скоростта на частицата е

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}},$$

след като заместим този израз във формула (2), получаваме

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (3)$$

Фотоните също се характеризират с импулс. Те винаги се движат във вакуум със скоростта на светлината  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Тъй като за светлината  $\lambda\nu = c$ , намираме

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{\frac{h\nu}{c}} = \frac{h}{p},$$

т. е. импулсът на фотона е  $p = \frac{E}{c}$ . Следва да се отбележи, че дължината на вълната при фотоните също зависи от енергията им, но по различен от формула (3) закон:

$$\lambda = \frac{hc}{E}.$$

Както при фотоните, така и при частиците, когато енергията им се увеличава, дължината на вълната намалява!

### Дължина на вълната на Дьо Бройл на микро- и макрообекти

Да намерим дължината на вълната на Дьо Бройл на електрон, който от покой се ускорява между две точки в еднородно електростатично поле от напрежение  $U = 100 \text{ V}$ . В този случай електричната сила извършва работа

$$A = (-e) \cdot (-U) = eU,$$

която е равна на достигнатата от частицата кинетична енергия  $E$ . Тогава дължината на вълната се дава с израза

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \quad (4)$$

Като отчетем, че масата на електрона е  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , елементарният заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  и константата на Планк  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ , намираме

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \sqrt{\frac{h^2}{2meU}} \approx \sqrt{\frac{150}{U}} 10^{-10} \text{ m} \approx 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

По такъв начин при стойности на ускоряващото напрежение  $30 \text{ V} \leq U \leq 5 \text{ kV}$  дължината на вълната на Дьо Бройл на електрона е около  $10^{-10} \text{ m}$ . Опитът показва, че размерите на атомите и разстоянията между атомите и молекулите в твърдите тела са приблизително същите – около  $10^{-10} \text{ m}$ .

Нека сега определим дължината на вълната на Дьо Бройл на макроскопичен, но достатъчно малък обект – прашинка с маса  $m = 1 \cdot 10^{-6} \text{ g}$  и скорост  $v = 1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ . Като заместим във формула (2), намираме

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{1 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 6,6 \cdot 10^{-22} \text{ m}.$$

Намерената дължина на вълната е значително по-малка не само от размерите на самата прашинка, но и от най-малкия известен размер във физиката – радиуса на атомното ядро, който е около  $10^{-15} \text{ m}$ .

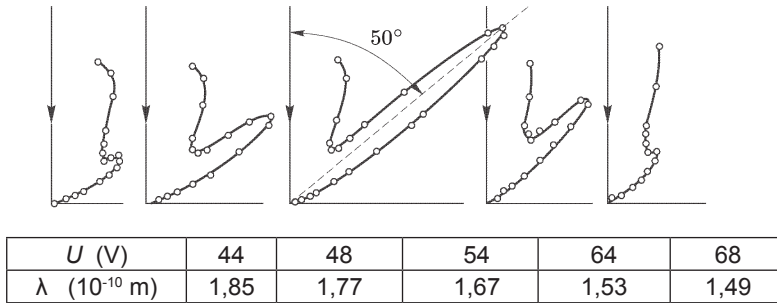
Тъй като няма принципна разлика между микро- и макрочастиците, възниква естественият въпрос: *в какви случаи вълновите свойства имат определяща роля в поведението на частиците, а в какви случаи те се оказват несъществени и могат да се пренебрегнат?* За да се отговори на този въпрос, ще използваме аналогия с оптиката. Както знаете от урок 31, вълновата природа на светлината се проявява в максимална степен, когато дължината на вълната  $\lambda$  на лъчението е сравнима с размера на системата  $L$ , т.е. имаме  $\lambda \approx L$ . Ако  $\lambda \gg L$ , вълновите свойства на лъчението са несъществени и може да се използва приближението на геометричната (лъчевата) оптика.

Като следваме тази аналогия, можем да заключим, че вълновите свойства на частиците най-ярко ще се проявяват, когато дължината на вълната на Дьо Бройл за определена частица е сравнима с размера  $L$  на областта на движението ѝ.

### Експериментално доказателство на вълните на Дьо Бройл

Трябва да отбележим, че вълните на Дьо Бройл, свързани с движението на частиците, в процеса на своето разпространение могат да се отразяват, пречупват, интерферират и дифрактират в съответствие с обичайните вълнови закони. Тъй като интерференцията и дифракцията са типично вълнови явления, те са най-подходящи за експериментално потвърждаване на хипотезата на Дьо Бройл. Независимо от природата си вълните, след като преминават през отвори или препятствия, съизмерими с дължината на вълната им, дават характерна картина на интерференчни минимума и максимуми.

През 1927 г., водени от подобни съображения, американските физици Клинтън Дейвисън и Лестър Джърмър изследват отразяване на електронен сноп от кристал на никел. Енергията на електроните в снопа е подбиравана така, че дължината на вълната на Дьо Бройл да е сравнима с разстоянията между атомите в кристалната решетка. Така кристалът играе ролята на отразителна дифракционна решетка. Електронният сноп, ускорен от напрежение  $U$ , пада върху повърхността на никелов кристал. С помощта на детектор се регистрира броят на отразените от кристала под ъгъл  $\beta$  електрони при различни стойности на  $U$ . Резултатите от експерименталните изследвания на Дейвисън и Джърмър са представени на фиг. 1.



**Фигура 1.** Експериментални данн на Дейвисън и Джърмър

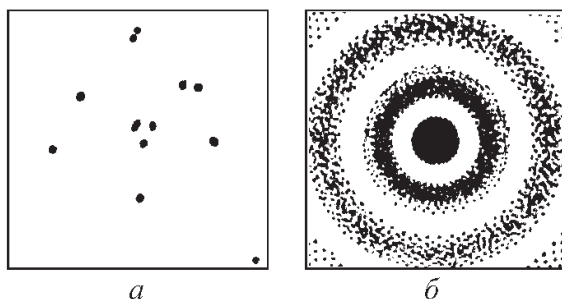
При  $U = 44$  V дифракционният максимум под ъгъл  $\beta = 50^\circ$  започва да се формира, при  $U = 54$  V той достига максимална интензивност, а при увеличаване на  $U$  отслабва до пълното си изчезване. На максималното отражение на електроните съответства дължина на вълната на Дьо Бройл  $\lambda = 1,67 \cdot 10^{-10}$  m, пресметната по формула (4). От друга страна, определената от условието за дифракционен

максимум дължина на вълната е  $\lambda = 1,65 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Съвпадението на двете стойности (с точност около 1%) представлява прекрасно потвърждение на хипотезата на Дьо Бройл за наличие на вълнови свойства при електроните. По-късно са наблюдавани интерференция и дифракция и на други частици – протони, неутрони, атоми, молекули. По такъв начин опитът показва, че *микрочастиците притежават вълнови свойства, така че между тях и фотоните няма принципна разлика: и частиците, и фотоните са микрообекти, които притежават както свойства на частици, така и вълнови свойства.*

Вълните на Дьо Бройл намират приложение при електронните микроскопи, които благодарение на дифракцията и интерференцията на електроните дават възможност за изучаването както на повърхностите, така и на вътрешната структура на кристалите. Увеличения, достигани с тези микроскопи, са един милион пъти.

### Физична природа на вълните на Дьо Бройл

Описаните по-горе експерименти са провеждани с интензивни снопове от електрони. Демонстрирането на вълновите им свойства би могло да се свърже както с цялата съвкупност от взаимодействащи си частици, така и с отделния електрон. През 1949 г. група съветски физици правят опити, в които електроните преминават един след друг през тънко метално фолио и всеки разсеян на определен ъгъл електрон се регистрира върху фотоплака. От всеки електрон върху фотоплаката остава петънце, като при малка продължителност на експеримента петънцата изглеждат разхвърляни по случаен начин (фиг. 2, а). След разсейването на голям брой електрони е установено, че точките на попадане на електроните върху фотоплаката не са разпределени случайно, а образуват максимуми и минимуми (фиг. 2, б), точно както биха дифрактирали вълни със съответната дължина на вълната. Тъй като всеки електрон се разсейва и попада върху фотоплаката независимо от другите, следва да се признае, че *движението на всеки отделен електрон се определя от пълната дифракционна картина.* Ако това не е така, електроните биха попадали например и в минимумите, което обаче не се наблюдава.



**Фигура 2.** Физична природа на вълните на Дьо Бройл

Анализът на този опит води до следното заключение: електроните винаги се регистрират върху екрана в дадена точка като частици, но мястото им не е еднозначно определено, въпреки че са ускорени по един и същ начин. Това показва, че движението им се определя от вероятностни закони. Вероятността за попадане на електрон в дадена точка от фотоплаката е разпределена така, както интензивността на вълните в дифракционния опит. В този смисъл, електронът има поведение и като частица, и като вълна.

### Въпроси и задачи

1. Сравнете дължината на вълната на Дьо Бройл на електрон и на протон, ако те се движат с еднакви скорости. Масата на протона е 1836 пъти по-голяма от масата на електрона.

2. Поток от електрони е насочен към отвор с диаметър  $d = 1 \text{ nm}$ . При каква скорост на електроните ще се наблюдава дифракция?

$$\text{Отг. } \approx 7.10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3. Защо при преминаване на куршум през отвор с диаметър, сравним с размерите на куршума, не се наблюдава дифракция? За да отговорите на въпроса, направете съответните числени пресмятания.

4. Електрон, който се движи със скорост  $5000 \text{ km/s}$ , навлиза в ускоряващо еднородно електростатично поле с интензитет  $10 \text{ V/cm}$ . Какво разстояние трябва да измине електронът в полето, за да стане неговата дължина на вълната на Дьо Бройл равна на  $1.10^{-10} \text{ m}$ ?

$$\text{Отг. } 7,9 \text{ cm}.$$

### ПРЕПОРЪЧИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА

Мартинсон, Л.К. & Смирнов, Е.В. (2012). *Квантовая физика*. Москва: МГТУ.

Мърваков, Д., Дончев, В., Халтъков, И., Димитров, В., Голев, В., Иванов, В. & Мирчева, И. (2001). *Физика и астрономия за X клас*. София: Просвета.

Сивухин, Д.В. (1986). *Обиций курс физики, т. 5, ч. 1, атомная физика*. Москва: Наука.

Фейнман, Р., Лейтон, Р. & Сэндс, М. (1965). *Фейнмановские лекции по физике, т. 3*. Москва: Мир.

## ONE LESSON ON DE BROGLIE WAVES

**Abstract.** The proposed lesson was developed in the program for the 10th grade of the secondary school, which comes into force from the 2019-2020 school year. It presents de Broglie's hypothesis about the particle wave properties, numerical estimates of the de Broglie wavelength of micro- and macro-objects in order to clarify the conditions under which their wave properties may manifest, the experimental proof of de Broglie waves is analyzed. Particular attention is paid to the physical nature of the de Broglie waves. Several questions and problems have been suggested on the material presented to assist in understanding and mastering the material.

*Keywords:* lessons; de Broglie waves; teaching; physics; astronomy

✉ **Dr. Dimitar Marvakov**

Faculty of Physics  
University of Sofia  
5, James Bourchier Blvd.  
1164 Sofia, Bulgaria  
E-mail: marvakov@phys.uni-sofia.bg

✉ **Dr. Mihail Avramov**

Department of Physical Chemistry  
University of Sofia  
1, James Bourchier Blvd.  
1164 Sofia, Bulgaria  
E-mail: mavramov@chem.uni-sofia