

БЕЛЕЖКА ВЪРХУ ЕДНА ОТ ЗАДАЧИТЕ ЗА VII КЛАС – 22 МАЙ 2017 Г.

¹Сава Гроздев, ²Веселин Ненков

¹Висше училище по застраховане и финанси – София

²Технически колеж – Ловеч

Резюме. Повод за настоящата бележка е задача 24 от Националното външно оценяване за VII клас, проведено на 22 май 2017 г.

Keywords: problem; solution; 7th grade; national assessment

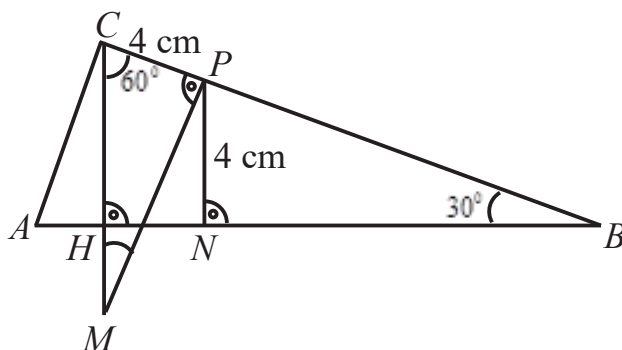
Една от задачите от Националното външно оценяване за VII клас (втори модул), проведено на 22 май 2017 г., е следната:

Задача. Даден е остроъгълен $\triangle ABC$ с височина CH ($H \in AB$). Върху страната BC е взета точка P такава, че разстоянията от нея до връх C и до страната AB са равни на 4 cm. През точка P е построена права, перпендикулярна на BC , която пресича правата CH в точка M и $CM = 8$ cm.

А) Намерете дължината на страната BC .

Б) Намерете лицето на $\triangle ABC$, ако $AB = 14$ cm.

В) Определете отношението $CM : CH$.



Решение. Разглеждаме правоъгълния $\triangle CMP$. Тъй като катетът CP (4 cm) е два пъти по-малък от хипотенузата CM (8 cm), то от обратната теорема за катет в правоъгълен триъгълник срещу ъгъл от 30° следва, че $\angle CMP = 30^\circ$. Но ъглите $\angle CMP$ и $\angle CNH$ са с взаимно перпендикулярни рамене и следователно $\angle CNH = \angle CMP = 30^\circ$. Нека N е петата на перпендикуляра от P към AB . По условие $PN = 4$ cm.

А) Разглеждаме правоъгълния $\triangle PBN$. От правата теорема за катет в правоъгълен триъгълник срещу ъгъл от 30° следва, че $PB = 2PN = 2 \cdot 4 = 8$ cm. Тогава

$$BC = CP + PB = 4 + 8 = 12 \text{ cm.}$$

Съгласно критериите за оценяване, на получените дотук резултати се присвждат 7 точки (от общо 10 за задачата): 2 точки за чертежа, по 2 точки за намиране на ъглите $\angle CMP$ и $\angle CNH$, 1 точка за намиране на BC .

Б) В тестовата книжка към задачата е включено следното упътване: ***Запишете пълното решение на задача 24, придружено с чертеж, който да отговаря на условието и необходимите обосновки.*** Следвайки упътването, построяваме $\triangle ABC$ с реалните му размери, т.е. триъгълник със страни 14 cm и 12 cm и ъгъл между тях 30° . Да припомним, че построяването на ъгъл 30° с линейка и пергел става с помощта на правоъгълен триъгълник, в който единият от катетите е два пъти по-малък от хипотенузата. След това (пак с линейката и пергела) построяваме перпендикуляр към BC през точката C . Веднага се забелязва, че $\angle ACB$ не е остър и тъй като по условие $\triangle ABC$ е остроъгълен, заключаваме, че задачата няма решение. Ако ученикът е обърнал достатъчно внимание на упътването и се е опитал да направи **чертеж, който да отговаря на условието на задачата**, той ще стигне до верния отговор. Използваното доказателство се основава на построение. Съществуват и аналитични доказателства, но те не са по силите на един седмокласник предвид изучаваното учебно съдържание (например с помощта на Питагорова теорема или с тригонометрия – материал, който е застъпен в гимназиалните класове). Трябва да отбележим, че доказателство с построение, макар и достъпно за VII клас, е нетипично и не фигурира в учебната програма и учебниците. Едва ли съществуват ученици, които са го използвали по време на изпита. Ако има такива, те със сигурност са единици. Формално погледнато обаче, то наистина е достъпно, което доказва тезата в тази бележка, че задача 24 не е стрешена.

Напълно естествено е една математическа задача да няма решение и примери за наличие на такова обстоятелство са в изобилие. Освен цитираното упътване към задачата мотив за подобен подход към А) е, че никъде в условието до този момент не се говори за намиране на височината CH . Самата височина се споменава за първи път във В). И откъде накъде в критериите

за оценяване се предвижда 1 точка за намиране на CH преди намиране на лицето S_{ABC} . Причината е, че на автора на задачата му се „иска“ ученикът да игнорира упътването и без никакви проверки да пристъпи към прилагане на формулата за лице на триъгълник по страна и височина към нея. Авторът би имал право на това, ако беше формулирал задачата по друг начин. Например:

Алтернативна формулировка 1. Даден е $\triangle ABC$ с височина CH , където H е от страната AB . Върху страната BC е взета точка P такава, че разстоянията от нея до връх C и до страната AB са равни на 4 cm. През точка P е построена права, перпендикулярна на BC , която пресича правата CH в точка M и $CM = 8$ cm.

А) Намерете дължината на страната BC .

Б) Намерете лицето на $\triangle ABC$, ако $AB = 14$ cm.

В) Определете отношението $CM : CH$.

Алтернативна формулировка 2. Даден е тъпоъгълен $\triangle ABC$ ($\angle ACB > 90^\circ$) с височина CH ($H \in AB$). Върху страната BC е взета точка P такава, че разстоянията от нея до връх C и до страната AB са равни на 4 cm. През точка P е построена права, перпендикулярна на BC , която пресича правата CH в точка M и $CM = 8$ cm.

А) Намерете дължината на страната BC .

Б) Намерете лицето на $\triangle ABC$, ако $AB = 14$ cm.

В) Определете отношението $CM : CH$.

Алтернативна формулировка 3. Даден е остроъгълен $\triangle ABC$ с височина CH ($H \in AB$). Върху страната BC е взета точка P такава, че разстоянията от нея до връх C и до страната AB са равни на 4 cm. През точка P е построена права, перпендикулярна на BC , която пресича правата CH в точка M и $CM = 8$ cm.

А) Намерете дължината на страната BC .

Б) Определете отношението $CM : CH$.

В) Намерете лицето на $\triangle ABC$, ако $AB = 13,8$ cm.

Промените в алтернативната формулировка 3 са две: заменени са местата на подточки Б) и В), а дължината на страната AB е намалена така, че триъгълникът да бъде наистина остроъгълен (възможни са и други подходящи стойности на AB). Първата промяна съдържа естествено „подказване“, което насочва ученика към пресмятане на височината CH .

Продължаваме решението на оригиналната задача.

В) Разглеждаме правоъгълния $\triangle HBC$. От правата теорема за катет в правоъгълен триъгълник срещу ъгъл от 30° следва, че $CH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ cm.

Тогава

$$CM : CH = 8 : 6 = 4 : 3.$$

Ученикът получава още 2 точки: 1 точка за CH и 1 точка за намиране на отношението.

В края на бележката ще споменем отново основната теза: задача 24 от темата за външно оценяване в VII клас не е сгрешена. Неточности има в критериите за оценяване. Но учениците не разполагат с критериите по време на изпита и нямат нищо общо с тях. При това критериите са винаги с предварителен характер, защото не е възможно да се предвидят всички подходи. Следователно учениците не са поставени пред невъзможност да решат задача 24 в пълнота. Учудваща е разрасналата се кампания (организирана от недоброжелатели), че задача 24 била сгрешена. Друг е въпросът защо повечето ученици са умножили дължините на AB и CH , разделили са с 2 и са получили отговор 42 cm^2 за лицето на несъществуващия триъгълник ABC . Дискусия изобщо не би имало, ако вместо въпросната задача 24 беше предложена друга задача. Но за това вината не е на МОН, а на Центъра за оценяване в предучилищното и училищното образование. Очевидно е, че отговорните фактори в Центъра не са анализирали в достатъчна степен миналогодишните гафове със същото това външно оценяване в VII клас и продължават да включват хора със съмнителни математически компетенции в групата на авторите и експертите оценители.

A NOTE ON ONE OF THE PROBLEMS FOR 7TH GRADE – MAY 22, 2017

Abstract. The present note is on the occasion of Problem 24 from the National external assessment for 7th grade held on May 22, 2017.

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc**
University of Finance, Business and Entrepreneurship
1, Gusla St.
1618 Sofia, Bulgaria
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

✉ **Assoc. Prof. Veselin Nenkov, PhD.**
Technical College
31, Sajko Saev St.
5500 Lovech, Bulgaria
E-mail: vnenkov@mail.bg